Revista Matemática e Educação

UNI-FACEF CENTRO UNIVERSITÁRIO MUNICIPAL DE FRANCA

Prof. Dr. José Alfredo de Pádua Guerra
Reitor

Prof. Dr. João Baptista Comparini
Vice-Reitor

Prof. Dr. Alfredo José Machado Neto
Pró-Reitor de Administração

Profa. Dra. Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira
Pró-Reitora Acadêmica

Profa. Dra. Melissa Franchini Cavalcanti Bandos
Pró-Reitora de Extensão

Prof. Ms. Cyro de Almeida Durigan
Chefe de Departamento do curso de Administração

Prof. Dr. Orivaldo Donzelli
Chefe de Departamento do curso de Ciências Contábeis

Profa. Dra. Fúlvia Nassif Jorge Facury
Chefe de Departamento do curso de
Comunicação Social - Publicidade e Propaganda

Profa. Dra. Maria de Fátima Aveiro Colares
Chefe de Departamento do curso de Psicologia

Profa. Dra. Maria Eloisa de Souza Ivan
Chefe de Departamento do curso de Letras

Profa. Dra. Silvia Regina Viel
Chefe de Departamento do curso de Matemática

Prof. Dr. Daniel Facciolo Pires
Chefe de Departamento de Computação

Prof. Dr. Flávio Henrique Costa
Chefe de Departamento do curso de Engenharia de Produção

Prof. Ms. Anderson Fabricio Mendes
Chefe de Departamento do curso de Engenharia Civil

Prof. Dr. Frederico Alonso Sabino de Freitas
Chefe de Departamento do curso de Medicina

Profa. Dra. Marinês Santana Justo Smith
Coordenadora de Pós-Graduação Stricto-Sensu

Prof. Dr. Sílvio Carvalho Neto
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

UNI-FACEF CENTRO UNIVERSITÁRIO MUNICIPAL DE FRANCA

Revista Matemática e Educação

ISSN 2175-4667

Revista Matemática e Educação	Franca	v.1	n.14	p.9-189	2024

Revista Matemática e Educação
Departamento de Matemática – Uni-FACEF
Av. Ismael Alonso y Alonso 2400 – Bairro São José
14401-135 – Franca – SP
http://www.facef.com.br

Comissão Editorial e Editores Responsáveis

Ananda Kainne Oliveira Domenegueti Xavier
Adriana Aparecida Silvestre Gera Ribeiro
Antônio Carlos da Silva Filho
Leticia Faleiros Chaves Rodrigues
Lucinda Maria de Fátima Rodrigues Coelho
Silvia Regina Viel

O conteúdo apresentado nesta revista é de responsabilidade exclusiva de seus autores.

Capa
Fernanda Domenegueti Araújo

Revista Matemática e Educação / Uni-FACEF Centro Universitário Municipal de Franca. v.1 , n.14 (2024). – Franca (SP): Uni-FACEF, 2024.

Publicação Anual

ISSN 2175-4667

1. Matemática 2. Educação – Matemática 3. Periódicos I – Uni-FACEF Centro Universitário Municipal de Franca

CDD 510

Uni-FACEF – Centro Universitário Municipal de Franca
ABEC - Associação Brasileira de Editores Científicos

PREFÁCIO

A Matemática, alicerce fundamental do conhecimento humano, está em constante transformação, impulsionada pelo desenvolvimento tecnológico e pela busca por metodologias inovadoras de ensino. A presente edição desta revista acadêmica reúne um conjunto de trabalhos que exploram diferentes abordagens no ensino e na aplicação da Matemática, refletindo sobre sua inserção no contexto educacional contemporâneo e na sociedade como um todo.

Dentre os artigos apresentados, destaca-se o uso de ferramentas digitais, como a plataforma Mathigon e o Canva, que potencializam a aprendizagem por meio de recursos interativos e materiais didáticos acessíveis. Essas tecnologias permitem a criação de novos formatos de ensino que estimulam o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia dos estudantes. O impacto da tecnologia também pode ser observado na discussão sobre a gamificação no ensino da Matemática, que, ao incorporar elementos de jogos, busca promover maior engajamento e interesse dos alunos na disciplina.

A análise de séries temporais no comportamento das cotações do dólar exemplifica a aplicação prática de conceitos matemáticos no mundo financeiro. Este estudo ressalta a importância da Matemática na compreensão de fenômenos econômicos e na tomada de decisões baseadas em dados quantitativos. De forma complementar, o estudo sobre juros compostos e sua relação com a progressão geométrica reforça a presença da Matemática no cotidiano e sua relevância para a educação financeira.

A diversidade temática desta edição também se reflete na discussão sobre a etnomatemática, que amplia a compreensão da Matemática através de diferentes contextos culturais. Essa abordagem valoriza os saberes tradicionais e promove uma educação mais inclusiva, reconhecendo a influência das culturas na construção do conhecimento matemático. No mesmo sentido, a investigação sobre a estrutura das escolas públicas e seu impacto no aprendizado dos estudantes destaca como o ambiente escolar influencia diretamente o desempenho acadêmico e o acesso à educação de qualidade.

Outro estudo aborda o papel da Libras na inclusão de alunos surdos na educação matemática, enfatizando a importância da acessibilidade no ensino. A pesquisa apresenta uma proposta de material didático adaptado para alunos com deficiência auditiva, contribuindo para uma educação mais equitativa e inclusiva.

Por fim, a Matemática também é abordada em um contexto histórico e tecnológico, como no estudo sobre a Máquina Enigma e sua decodificação, mostrando como essa área do conhecimento tem papel

essencial na evolução da humanidade. A criptografia, tema central deste trabalho, é de extrema relevância na segurança da informação atualmente e possui fundamentos matemáticos essenciais para sua compreensão e desenvolvimento.

Que esta edição inspire professores, pesquisadores e estudantes a explorarem novas perspectivas no ensino e aprendizado da Matemática, contribuindo para a formação de um ambiente acadêmico dinâmico, inovador e inclusivo. Esperamos que os estudos aqui apresentados sirvam como incentivo para novas pesquisas e para a adoção de práticas pedagógicas que tornem o ensino de Matemática mais acessível, significativo e conectado à realidade dos alunos. O compromisso com a inovação e a inclusão é essencial para que a Matemática continue a desempenhar seu papel transformador na educação e na sociedade.

Boa Leitura!

Cordialmente

Silvia Regina Viel
Chefe do Departamento de Matemática
Centro Universitário Municipal de Franca – Uni-FACEF

SUMÁRIO

POTENCIALIZANDO O ENSINO DE PROBABILIDADE COM FERRAMENTAS DA PLATAFORMA MATHIGON 09

SÉRIES TEMPORAIS: aplicação das médias móveis simples e exponenciais nas cotações diárias do dólar 26

A MUDANÇA DE OLHAR PARA A MATEMATICA DE ESTUDANTES DO ENSINO MEDIO ATRAVEZ DA ETNOMATEMATICA 43

A CONFECÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS MATEMÁTICOS POR MEIO DA PLATAFORMA DE DESIGN GRÁFICO CANVA 54

TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA MATEMÁTICA: desenvolvimento do raciocínio no processo de ensino e aprendizagem com foco em plataformas de jogos, com ênfase no jogo Roblox 78

A ESTRUTURA DAS ESCOLAS PÚBLICAS EM UMA CIDADE DO INTERIOR PAULISTA: qual a influência no aprendizado dos alunos 97

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: explorando as possibilidades da plataforma Matific 114

JUROS COMPOSTOS E SUA RELAÇÃO COM A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA EM SITUAÇÕES DE INVESTIMENTO 131

A MÁQUINA ENIGMA E SUA DECODIFICAÇÃO 145

APLICAÇÃO DA LIBRAS NA MATEMÁTICA PARA ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: proposta de material para ensino dos números naturais e das quatro operações básicas 164

POTENCIALIZANDO O ENSINO DE PROBABILIDADE COM FERRAMENTAS DA PLATAFORMA MATHIGON

Adrielli Silva Polidorio
Licencianda em Matemática – Uni-FACEF
adriellis961@gmail.com

Profa. Ms. Ananda Kainne Oliveira Domenegueti
Mestre em Matemática e Docente do Uni-FACEF
ananda163@hotmail.com

Resumo: Ao abordar os principais temas de probabilidade no ensino médio, o artigo visa não apenas apoiar o desenvolvimento dos alunos, mas também fornecer sugestões de ferramentas para serem incorporadas pelos professores nas aulas de probabilidade. Destaca-se a diversidade de estratégias, como o uso de diagramas, tabelas e outras abordagens relevantes, visando aprimorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas de probabilidade. O texto ressalta a necessidade de os professores ampliarem suas habilidades, dominando formas de comunicação interpessoal/grupal e audiovisual/telemática. Além disso enfatiza a contribuição da pesquisa para o desenvolvimento de materiais de estudo alinhados à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), promovendo a compreensão crítica e ética do uso de tecnologias digitais na resolução de problemas matemáticos.

1 Introdução

A probabilidade é um tema fundamental em matemática e está presente nos materiais de aprendizado do ensino médio. No entanto, muitos alunos enfrentam dificuldades para resolver problemas de análise combinatória e probabilidade, seja por falta de compreensão conceitual, dificuldades de interpretação ou falta de familiaridade com a aplicação prática desse conceito. De acordo com o estudo realizado com alunos por Buss (2008, p. 31)

> [...] quando eles se deparavam com uma situação-problema, a qual tinham que ler o enunciado para resolvê-la, começavam seus verdadeiros problemas [...]. Está situação agravava-se ainda mais quando se deparavam

> com vários enunciados de problemas envolvendo tipos diferentes de contagem, pois sendo a interpretação precária, tornava-se difícil reconhecer o tipo de contagem envolvido.

Este artigo tem como objetivo abordar principais temas de probabilidade visto no ensino médio, visando auxiliar no desenvolvimento dos alunos, mas também mostrar para professores ferramentas tecnológicas para serem trabalhadas nas aulas de probabilidade. Será apresentado um estudo de caso sobre a plataforma digital Mathigon. levando em consideração a importância da tecnologia na educação, por isso Moran (2009, p.32)

> Cada docente pode encontrar sua forma mais adequada de integrar as várias tecnologias e os muitos procedimentos metodológicos. Mas também é importante que amplie, que aprenda a dominar as formas de comunicação interpessoal/grupal e as de comunicação audiovisual/telemática.

Além disso fornecer estratégias e abordagens que auxiliem os alunos a melhorarem seu desempenho na resolução de problemas de probabilidade. Isso pode envolver o uso de diagramas de árvore, tabelas, axiomas, entre outras técnicas e métodos relevantes. A pesquisa pode contribuir para o desenvolvimento de materiais de estudo, que ajudem os alunos a se prepararem, conforme está previsto na Base Nacional Comum Curricular:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir, conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BNCC, 2018, p.9)

A probabilidade é um tema essencial na matemática e é frequentemente abordado em avaliações do ensino médio. A capacidade de resolver problemas de probabilidade de forma eficiente e precisa é crucial para os estudantes obterem sucesso nessa área. No entanto, muitos alunos enfrentam dificuldades ao lidar com situações-problema de probabilidade nas provas do cotidiano escolar, então será abordado alguns conteúdos relacionados.

Diante disso, BORDIER (1991) apud COSTA, ao abordar a história das probabilidades, destaca-se as prováveis dificuldades encontradas no seu ensino e as soluções que foram desenvolvidas ao longo do tempo. A análise retrospectiva desses desafios não apenas fornece insights valiosos sobre a evolução da teoria, mas também sugere que, se matemáticos pioneiros enfrentaram obstáculos, é razoável presumir que alunos e professores possam enfrentar desafios semelhantes. Portanto, ao explorar essas dificuldades passadas, é possível utilizar essa perspectiva como um motivador eficaz em sala de aula, reduzindo a resistência típica associada ao tema.

Para iniciar, é importante identificar os temas de combinatória e probabilidade vistas frequentemente no cotidiano dos alunos do ensino médio. Essas questões podem envolver temas como arranjos, permutação, experimentos aleatórios, entre outros.

2 Probabilidade

O estudo da probabilidade é uma disciplina fundamental na matemática que lida com a quantificação da incerteza e a análise de eventos aleatórios. Essa área oferece ferramentas poderosas para modelar e entender fenômenos complexos, desde situações cotidianas até aplicações avançadas em diversas disciplinas, como estatística, ciência da computação, economia e engenharia.

A teoria da probabilidade fornece um direcionamento matemático para expressar a probabilidade de diferentes resultados em termos de números entre 0 e 1, onde 0 indica impossibilidade e 1 indica certeza. Ela é essencial para tomar decisões informadas em face de incertezas, calcular riscos e é amplamente aplicada em jogos de azar, estatísticas e até mesmo na tomada de decisões estratégicas em negócios.

Conforme TROMPLER (1982) apud Hurtado; Costa, o ensino de probabilidade e estatística nos estágios iniciais da formação acadêmica é de extrema importância, pois introduz uma abordagem de pensamento peculiar, não tão comum em outras áreas da matemática, embora esteja subjacente em todas as ciências experimentais. Esse tipo de aprendizado desafia os estudantes ao apresentar resultados menos definitivos do que estão acostumados, mostrando que é possível conduzir um raciocínio rigoroso mesmo diante de incertezas e ensinando a lidar e aprender com esses equívocos.

Além disso, a humanização da matemática ocorre ao conectar diretamente os conceitos a situações cotidianas, estabelecendo relações entre ciências experimentais, naturais, econômicas e sociais de diversas naturezas como ferramentas práticas integradas à matemática. Essa abordagem não apenas contextualiza aprendizado, mas também prepara os estudantes para aplicar seus conhecimentos de maneira significativa em diversos campos.

A probabilidade pode ser estudada sob duas abordagens principais: a probabilidade clássica, que se baseia na contagem de casos favoráveis e totais, a probabilidade estatística, que utiliza a frequência relativa de eventos em experimentos repetidos para estimar a probabilidade. Além disso, a teoria da probabilidade engloba conceitos como eventos independentes e dependentes, distribuições de probabilidade, médias e variâncias, entre outros. A combinação de métodos analíticos e estatísticos permite

aos pesquisadores e profissionais analisarem e interpretar a aleatoriedade presentes em uma variedade de situações do mundo real, tornando a teoria da probabilidade uma ferramenta valiosa para a tomada de decisões informadas em face da incerteza.

> O início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase é importante que os alunos verbalizem [...] (BNCC, 2018, p.276)

No contexto do ensino das noções de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a ênfase está em cultivar a compreensão de que nem todos os fenômenos são previsíveis de maneira determinada. O ponto de partida para abordar a probabilidade é centrado na introdução da noção de aleatoriedade, visando que os alunos percebam a existência de eventos certos, impossíveis e prováveis. Uma parte significativa desse processo envolve incentivar os alunos a expressarem, em situações envolvendo acaso, os resultados possíveis em contraste com o que efetivamente ocorreu, iniciando assim a construção do espaço amostral. É essencial, nessa fase, desmistificar a percepção de eventos como impossíveis, que muitas vezes são simplesmente não observados.

2.1 Princípio fundamental da contagem

Para estudar probabilidade é importante que os alunos tenham conhecimento sobre o Princípio Fundamental da Contagem que é um conteúdo fundamental em combinatória, um âmbito da matemática que trabalha com organização, contagem e arranjos de objetos. O princípio atesta que se uma tarefa pode ser dividida em “m” etapas distintas e independentes, e a primeira etapa pode

ser realizada de n_1 maneiras diferentes, a segunda etapa de n_2 maneiras diferentes, e assim por diante até a última etapa, que pode ser realizada de n_m maneiras diferentes, então o número total de maneiras de realizar a tarefa é o produto

$$n_1 \times n_2 \times ... \times n_m.$$

Ou seja, é um conceito matemático aplicado para determinar o número total de possibilidades em uma situação combinatória. Ele estabelece que se existem várias etapas consecutivas, onde cada etapa tem um número finito de opções, então o número total de possibilidades é o produto desses números.

Exemplo: Suponha que uma pessoa tenha duas camisetas (uma amarela e uma verde) e duas calças (uma preta e uma azul). Quantas combinações diferentes de camiseta e calça essa pessoa pode fazer?

A pessoa tem duas opções de camiseta e duas de calça para escolher, então o número total de combinações possíveis será 2x2=4. Ou seja, amarela + preta; amarela + azul; verde + preta; verde + azul. Uma representação mais visual sobre a resposta do problema seria por meio do diagrama de árvore.

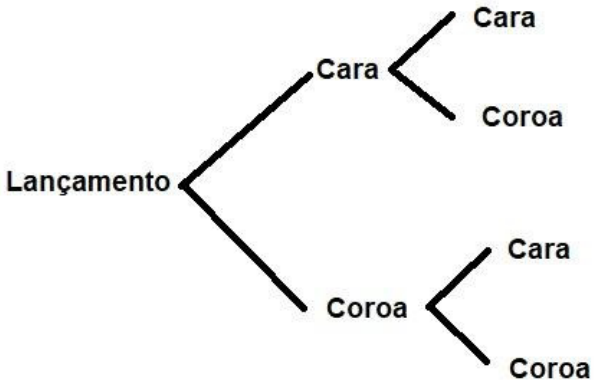
Diagrama de árvore é uma representação gráfica utilizada para organizar e mostrar todas as formas possíveis de realizar um evento composto ou de descobrir a probabilidade de eventos sucessivos e independentes. Ele é frequentemente usado em problemas de probabilidade e combinação.

No ramo de probabilidade, o diagrama de árvore é utilizado para representar as possibilidades que um evento ou sequência de eventos tem ou pode ter, é consideramos como um espaço de possibilidades. Por exemplo, considere um problema em que você tem duas escolhas a fazer, cada uma com três opções, um diagrama de árvore facilitaria a perceber todas as combinações possíveis dessas escolhas. Cada bifurcação na árvore representa

uma escolha, e as folhas da árvore mostram as combinações finais.

A figura 1 representa o diagrama de árvore em dois lançamentos de uma moeda honesta, tem possibilidade de cair cara ou coroa

Figura 1 – Diagrama da árvore de dois lançamentos da moeda



Fonte: autoria própria

3.1 Experimentos aleatórios

Experimentos aleatórios são aqueles que quando são repetidos em mesmas condições, ocasionam resultados imprevisíveis. Mesmo sem a capacidade de prever o resultado específico de um experimento, geralmente conseguimos descrever o conjunto de todos os resultados possíveis.

As variações nos resultados entre experimentos são atribuídas a uma variedade de causas que não podem ser controladas, sendo essas denominadas de eventos aleatórios.

Exemplos:

- Lançar uma moeda e observar a face de cima.
- Lançar um dado e observar a face de cima.
- De uma urna contendo 3 bolas vermelhas e 2 bolas brancas, selecionar uma bola e observar sua cor.
- De um baralho de 52 cartas, selecionar uma carta e

observar seu naipe.

3.2 Espaço amostral e evento

O espaço amostral e os eventos são conceitos fundamentais na teoria da probabilidade. Chamamos de espaço amostral, e indicamos por Ω, um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Por exemplo, se lançarmos um dado, o espaço amostral seria {1,2,3,4,5,6}, pois esses são todos os resultados possíveis desse evento

Consideremos um experimento aleatório, cujo espaço amostral é Ω. Chamaremos de evento todo subconjunto de Ω. Em geral indicamos um evento por uma letra maiúscula do alfabeto: A, B, C, ..., X, Y, Z.

Exemplo: Um dado é lançado e observa-se o número da face de cima.

Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Eis alguns eventos:

A: ocorrência de número par. A = {2, 4, 6}.

B: ocorrência de um menor que três. B = {1, 2}.

C: ocorrência de um maior que seis. C={ }

Um evento (E) é um subconjunto do espaço amostral, ou seja, é um conjunto de resultados possíveis. Pode consistir em um único resultado (evento elementar) ou em vários resultados. Usando o exemplo do dado, o evento “obter um número par” seria representado pelo conjunto {2,4,6}, já que esses são os resultados do espaço amostral que satisfazem a condição desejada.

3.3 Definição de probabilidade

Laplace, foi muito importante no desenvolvimento da teoria da probabilidade, estabeleceu uma abordagem clássica para definir a probabilidade. Segundo ele, a probabilidade de um evento

é determinada pela razão entre o número de resultados favoráveis e o número total de resultados possíveis, assumindo uma situação em que todos os resultados são igualmente prováveis.

A fórmula de probabilidade de Laplace pode ser representada como:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Onde:

P(E) representa a probabilidade do evento E

n(E) é o número de resultados favoráveis para o evento E

n(Ω) é o número total de resultados possíveis no espaço amostral S

Essa abordagem clássica pressupõe que o espaço amostral tem um número finito de elementos e que todos os eventos possíveis são equiprováveis, ou seja, têm a mesma probabilidade de ocorrer.

4 Plataforma Mathigon

A Mathigon se posiciona como uma plataforma interativa e inovadora, especialmente projetada para o ensino e aprendizado da matemática. O diferencial dessa ferramenta reside em seu conteúdo abrangente, que não apenas transmite conhecimento, mas também incentiva ativamente os estudantes a explorar e descobrir conceitos matemáticos de maneira envolvente. Ao contrário da tradicional memorização de procedimentos, a Mathigon prioriza uma abordagem que fomenta a aprendizagem através da exploração, estimulando a curiosidade e a criatividade dos usuários.

A flexibilidade da Mathigon é evidente em sua capacidade de se adaptar a diversos níveis de habilidade. Além disso, a plataforma oferece um tutor virtual personalizado, que fornece assistência e feedback em tempo real. Essa abordagem individualizada permite que os alunos recebam suporte adequado às suas necessidades

especificas, promovendo uma experiencia de aprendizado mais eficaz e personalizada.

Ao registrar-se na Mathigon, os usuários têm acesso a uma ampla gama de operações matemáticas, com foco especial em sequencias e progressões. Essa funcionalidade não apenas amplia as possibilidades de prática, mas também incentiva a aplicação pratica dos conceitos aprendidos. Em resumo, a Mathigon se destaca como uma plataforma versátil e dinâmica que não apenas transmite conhecimento matemático, mas também promove uma abordagem interativa e personalizada para o processo de aprendizado.

Na plataforma, há possibilidade de implementar metodologias interativas, como a gamificação, e de forma semelhante, alinhar essas estratégias às competências delineadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). Além disso levar em consideração essas metodologias e abordagens, é evidente que elas despertam uma diversidade de aprendizados e competências nos alunos.

4.1 Ferramentas Disponíveis

O Mathigon proporciona uma experiencia educacional dinâmica e completa por meio de três seções fundamentais: cursos, Polypad e atividades. A seção de atividades é particularmente notável, oferecendo exercícios interativos e didáticos que variam desde a exploração cronológica da história da matemática até o treinamento de raciocínio lógico com quebra-cabeças, origami e aplicações práticas no cotidiano. Essa área abrangente enriquece o aprendizado ao proporcionar uma diversidade de atividades envolventes, permitindo aos alunos não apenas absorver conceitos, mas também aplicá-los de maneira prática e divertida.

Outra ferramenta essencial é a aba Polypad, que se destina à exploração de conceitos matemáticos por meio de ferramentas interativas, incluindo figuras geométricas, cartões numéricos,

quadros numéricos, balança virtual, frações e dominós. Essa funcionalidade não apenas estimula os educadores a explorarem de forma criativa os princípios matemáticos, mas também possibilita que salvem suas criações para uso futuro. Isso promove uma abordagem adaptável e flexível no processo de ensino.

A seção de cursos, também conhecida como biblioteca de cursos, é uma fonte rica de conhecimento organizada de maneira clara em fundamentos, intermediário e avançado, com subdivisões em níveis que orientam os alunos de maneira personalizada em sua jornada educacional. Essa estrutura fornece uma base sólida para o aprendizado, garantindo uma progressão natural e adaptada ao nível de conhecimento de cada aluno.

Essas três seções distintas (cursos, Polypad e atividades), colaboram de maneira integrada para criar uma experiencia educacional abrangente no Mathigon. A plataforma não apenas oferece uma estrutura organizada para o aprendizado, mas também incentiva ativamente a exploração criativa e a aplicação prática dos conceitos matemáticos, tornando o processo educacional mais envolvente e eficaz.

Além dessas seções principais, contém uma seção em especial para professores, onde tem planos de aulas, com diversas abordagens e atividades que o discente pode usar ou ter como base para uma aula prática. Sendo assim, será apresentado na figura 2 a página inicial que o usuario se depara ao entrar na plataforma:

Figura 2 – Página inicial do Mathigon



Fonte: autoria própria

Na figura 3 apresenta uma parte de probabilidade que pode ser acessado, podendo visualizar também outras opções de escolhas sendo, geometria, números e álgebra. Cada opção tem uma variedade de cursos que alunos e professores podem acessar tanto do ensino fundamental, quanto do ensino médio.

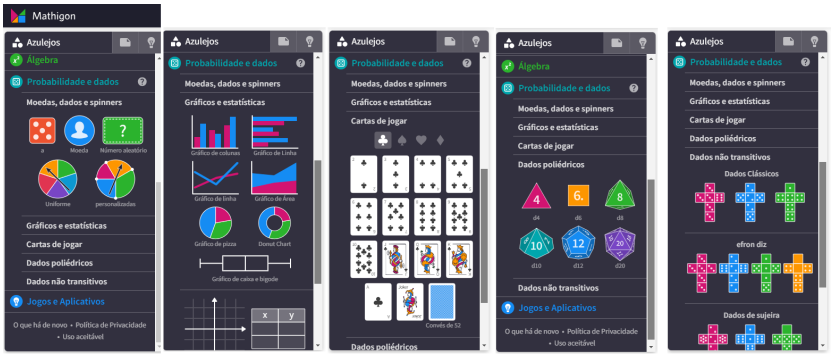
Figura 3 – Página de cursos



Fonte: autoria própria

Finalmente chegando na seção de Polypad, onde os alunos podem explorar as atividades. Enfatizando o tema sobre probabilidade, nas figuras 4 à 9, será apresentado algumas funções da plataforma.

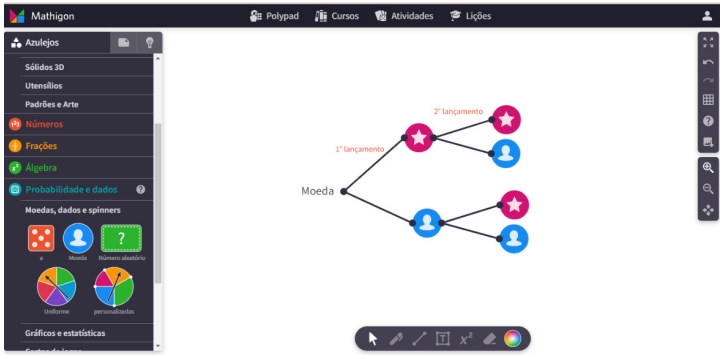
Figura 4 – Página do Polypad área de probabilidade



Fonte: autoria Própria.

Na figura 5 apresenta o lançamento de moedas, onde pode selecionar a opção de sortear e depois podendo representar os lançamentos em forma de diagrama.

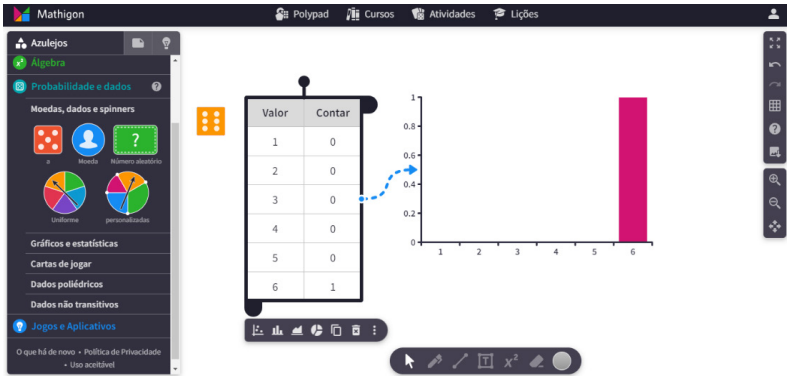
Figura 5 – Lançamento de moedas



Fonte: autoria Própria.

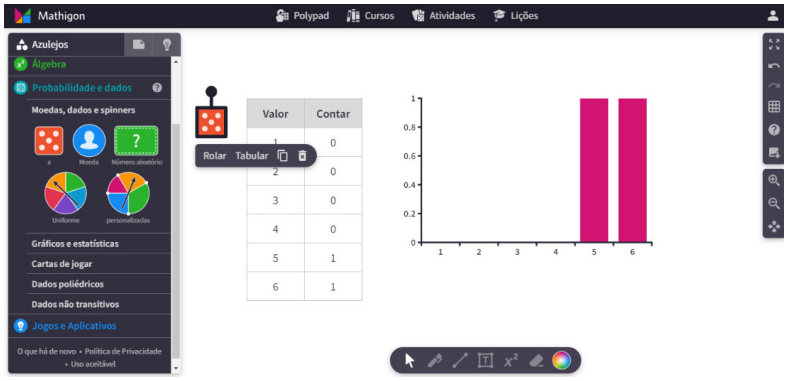
As figuras 6 e 7 mostram a representação de um sorteio de um dado, onde pode selecionar a opção sortear e representar em forma de tabela ou gráficos.

Figura 6 – Representação do sorteio de um dado de seis lados



Fonte: autoria Própria

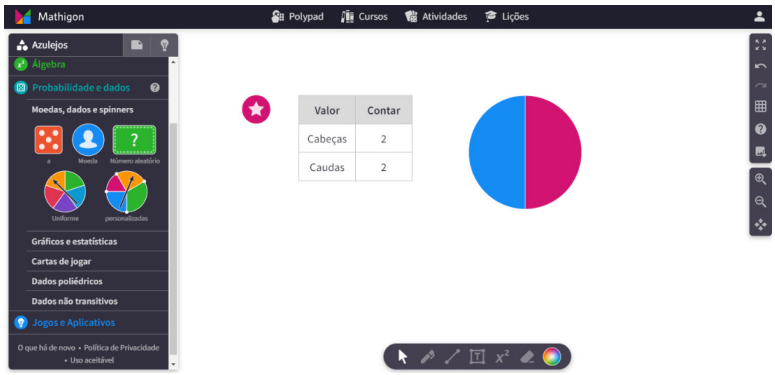
Figura 7 – Continuação da representação do sorteio de um dado



Fonte: autoria Própria

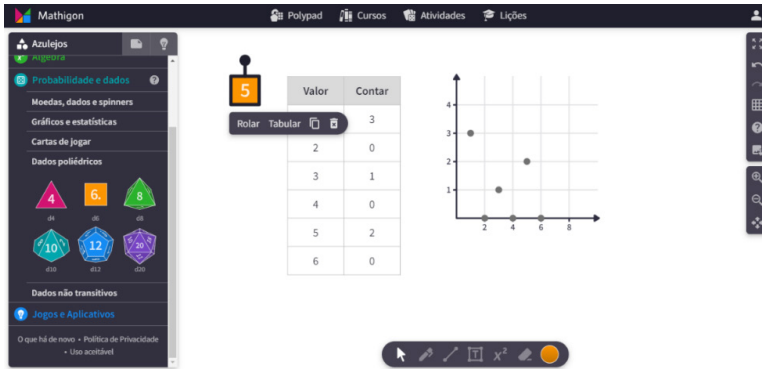
Na figura 8 como na figura 5, mostra lançamento de uma moeda, podendo ser representado de formas diferentes, como na figura 8 que é por meio de grafico de pizza e tabela

Figura 8 – Representação de um lançamento de uma moeda



Fonte: autoria Própria

Figura 9 – Representação de um lançamento de um dado



Fonte: autoria Própria

Visto as imagens, foi possível analisar que na área de probabilidade há uma vasta variedade de atividades que podem serem trabalhadas, onde o aluno pode interagir, sorteando números, dados, moedas e o que é bem importante também, poder representar de várias formas, tanto como tabela ou gráficos. Pode se observar que na plataforma existem várias atividades e meios para aprender probabilidade e outros temas também.

É imprescindível incorporar práticas e atividades interdisciplinares na abordagem matemática em conjunto com outras

disciplinas, considerando a relevância da aplicação da matemática em contextos sociais. De acordo com Freire (1987 apud CHAS, 2016, p.2-3), “a interdisciplinaridade é o processo metodológico de construção do conhecimento pelo sujeito com base em sua relação com o contexto, com a realidade e com sua cultura”.

6 Considerações finais

A probabilidade é um tema-chave no cotidiano dos alunos no ensino médio. É fundamental fornecer aos alunos abordagens práticas e aplicadas que os auxiliam na interpretação correta dos problemas, na aplicação das fórmulas cumpridas e na realização de cálculos precisos. Além de oferecer uma abordagem abrangente dos principais temas de probabilidade no ensino médio, o objetivo deste artigo foi fornecer um recurso valioso para professores. A abordagem também inclui um estudo de caso da plataforma digital Mathigon, reconhecendo seu potencial como uma ferramenta educacional. Espera-se que este artigo defenda uma base sólida para melhorar o ensino e a aprendizagem da probabilidade, capacitando os alunos a obterem um melhor desempenho escolar.

Referências

BARROS, A. *O uso das tecnologias na educação como ferramentas de aprendizado***.** Semana Acadêmica, 2018. Disponível em: https://semanaacademica.org.br/system/files/artigos/artigo_o_uso_da_tecnologia_como_ferramenta_aprendizado_1.pdf, Acesso em: 05 dez. 2023.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular.* Educação é base.2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 06 dez.2023

CAVALVANTE, José Antônio. *Análise Combinatória e Probabilidade Aplicadas em Algumas Situações Cotidianas.* Abaetetuba- Pará, 2020. Disponível em: http://profmatabaete.ufpa.br/publicacoes/dissertacoes/JOSE%20ANTONIO%20CAVALCANTE.pdf. Acesso

em: 5 jul. 2023.

CHAS, Dijalmary Matos Prates. *Matemática e interdisciplinaridade:* um estudo sobre os materiais didáticos. Estação Cientifica (UNIFAP), Macapá AP, 2016.

HAZZAN, Samuel. *Fundamentos de Matemática Elementar:* Combinatória e Probabilidade. Editora: Atual Editora, 2013.

HURTADO, N. H.; COSTA, J. F. S. *A probabilidade no ensino médio:* a importância dos jogos como ferramenta didática. IN: CONFERENCIA INTERNACIONAL "EXPERIENCIAS E EXPECTATIVAS DO ENSINO DE ESTATISTICA – DESAFIOS PARA SECULO XXI", 1999, Florianópolis, 1999.

MORAN, J. M., *Novas tecnologias e mediação pedagógica,* Coleção Papirus Educação, Editora Papirus, Campinas, 16. Ed., 2009.

SILVA, J. et al. *Um estudo de caso da plataforma de ensino Mathigon*. Editora Realize, 2021. Disponivel em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2021/TRABALHO_EV150_MD1_SA119_ID7711_24092021201550.pdf. Acesso em: 05 dez. 2023

SÉRIES TEMPORAIS: APLICAÇÃO DAS MÉDIAS MÓVEIS SIMPLES E EXPONENCIAIS NAS COTAÇÕES DIÁRIAS DO DÓLAR

Alberto Grace Centeno
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
albertogcenteno@hotmail.com

Leonardo Silva Granado Molina
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
leonardosilvagranadomolina@gmail.com

Profa Dra. Lucinda Maria de Fátima Rodrigues Coelho
Doutora em Ciência e Docente do Uni-FACEF
lucindarcoelho@gmail.com

Resumo: Esse artigo aborda o tema das Séries Temporais, as quais são conjuntos de dados observados sequencialmente ao longo do tempo, amplamente utilizadas em diversas áreas como economia, finanças e meteorologia. Destaca a importância da análise e modelagem de padrões, tendências e flutuações presentes nos dados ao longo do tempo. O foco está na compreensão das Médias Móveis (Média Móvel Simples (SMA) e Média Móvel Exponencial (EMA)), ferramentas fundamentais para suavizar flutuações e identificar tendências nas séries temporais. A aplicação prática das médias móveis é exemplificada com cotações do Dólar, analisando resultados e interpretando eficiências

1 Introdução

As Séries Temporais são conjuntos de dados observados sequencialmente ao longo do tempo que estudam técnicas de recolhimento de dados passados e presentes, e auxilia na previsão de acontecimentos em qualquer tipo de eventualidade futura. Elas são amplamente utilizadas em diversas áreas do conhecimento, como economia, finanças, meteorologia, ciências ambientais e outras. Seu estudo e análises ocorrem a partir da organização dos dados coletados por meio de tabelas e gráficos, e em seguida aplicação das séries temporais para possibilitar uma visualização ampla dos seus resultados e consequências, auxiliando em fatores

como planejamentos e precificação de resultados futuros.

As séries envolvem a compreensão e a modelagem dos padrões, tendências e flutuações que podem ocorrer com os dados no decorrer do tempo. Isso pode incluir componentes como tendências de longo prazo, variações sazonais, flutuações cíclicas e padrões irregulares. É importante entender que as séries são compostas por observações em intervalos regulares ou irregulares, dependendo da aplicação e do foco do pesquisador cujo objetivo principal é fazer previsões sobre o comportamento futuro da série temporal, com base em acontecimentos e resultados do passado.

Existem diversas técnicas e modelos estatísticos para a análise de séries temporais. Isso inclui a análise descritiva, que envolve a visualização e resumo dos dados ao longo do tempo, a identificação de padrões e tendências por meio de gráficos e medidas estatísticas. Além disso, a modelagem estatística de séries temporais inclui técnicas como modelos de médias móveis, modelos autorregressivos (AR), modelos autorregressivos integrados de médias móveis (ARIMA), modelos de suavização exponencial e outros. Esses modelos permitem a previsão de valores futuros com base nos padrões identificados na série temporal.

As séries temporais são amplamente utilizadas em aplicações financeiras para análise, previsão e tomada de decisões, tais como:

- Análise de tendências: podem revelar tendências ao longo do tempo, como crescimento ou declínio de um ativo através da análise gráfica e estatística das séries, para identificar padrões e extrair informações sobre a direção futura dos preços.
- Previsão de preços: Com base nos padrões identificados nas séries temporais passadas, é possível utilizar modelos estatísticos e algoritmos de aprendizado de máquina para prever os preços futuros de ativos financeiros e dessa forma, para tomar decisões de

compra ou venda de ações, por exemplo.

- Análise de volatilidade: as séries temporais financeiras também podem ser usadas para analisar a volatilidade dos preços dos ativos. A volatilidade é uma medida de variação dos preços ao longo do tempo e pode ser útil para calcular riscos e definir estratégias de gerenciamento de portfólio.

Esse artigo enfatizará Médias Móveis, ferramentas matemáticas utilizadas para os estudos e as análises das formações das séries temporais, pois ajudam a suavizar as flutuações aleatórias e a identificar tendências ou padrões subjacentes nos dados coletados. De maneira resumida, as médias móveis são calculadas para um determinado número de períodos consecutivos para mostrar o direcionamento em que uma série temporal está se movendo e se posicionando. São úteis para identificarem tendências de curtíssimo, curto, médio e longo prazo. As duas médias móveis estudadas neste trabalho, Média Móvel Simples (SMA) e Média Móvel Exponencial (EMA), exploram os conceitos matemáticos por meio de aplicações práticas e as diferenças de resultados entre elas, além de mostrar que existem momentos certos e assertivos para aplicar essas médias.

As aplicações das duas médias móveis serão voltadas a finanças, em que serão analisados alguns resultados das cotações e as variações do Dólar (Moeda Americana), a principal e mais forte moeda do mundo, em um intervalo de tempo pré-estabelecido. Nessa circunstância, será aplicado os valores das cotações nas duas médias para se entender o comportamento e as eficiências respaldadas pelas respectivas ferramentas trabalhadas, e então, fazer as interpretações em relação aos resultados de cada Média.

2 Modelos de Séries Temporais

É importante ressaltar que a análise de séries temporais em aplicações financeiras envolve uma combinação de conhecimentos teóricos, análise estatística e habilidades em programação. Além disso, é necessário considerar que os mercados financeiros são complexos e estão sujeitos as várias influências, portanto, a previsão de preços pode ser desafiadora e incerta.

A análise gráfica e estatística das séries temporais envolve a aplicação de técnicas e ferramentas específicas, algumas delas são descritas a seguir, o primeiro passo é a elaboração de uma tabela com os dados coletados com seu respectivo gráfico de linhas.

2.1 Gráficos de linha:

São representações simples de série temporal, onde os pontos de dados são conectados por linhas retas. Esses gráficos podem ajudar a identificar tendências, sazonalidade e padrões.

Exemplo: Seja uma série temporal de preços diários da cotação do dólar ao longo do mês de fevereiro de 2023.

Tabela 1 - Cotação diária do Dólar no mês de fevereiro de 2023

Data	Cotação do dia
01/02/2023	R$ 5,060
02/02/2023	R$ 5,044
03/02/2023	R$ 5,148
06/02/2023	R$ 5,173
07/02/2023	R$ 5,199
08/02/2023	R$ 5,196
09/02/2023	R$ 5,278
10/02/2023	R$ 5,222

13/02/2023	R$ 5,176
14/02/2023	R$ 5,197
15/02/2023	R$ 5,221
16/02/2023	R$ 5,221
17/02/2023	R$ 5,161
20/02/2023	R$ 5,161
21/02/2023	R$ 5,161
22/02/2023	R$ 5,170
23/02/2023	R$ 5,135
24/02/2023	R$ 5,199
27/02/2023	R$ 5,207
28/02/2023	R$ 5,225

Fonte: Banco Central do Brasil, 2023.

Gráfico 1: Cotação diária do Dólar no mês de fevereiro de 2023



Fonte: autoria própria

2.2 Médias Móveis Simples (SMA)

As médias móveis simples (SMA) são métodos matemáticos que buscam a suavização das oscilações de resultados nos

gráficos ao se analisar as séries temporais. Graficamente, a SMA cria uma linha, que indica o crescimento (Valorização) ou declínio (desvalorização) de forma contínua, portanto, é muito comum destacar que essa média além de demonstrar a suavização das flutuações é um ótimo rastreador de tendências. Vale ressaltar que para sua construção os dados são obtidos de acontecimentos do passado e do presente para que então se consiga avaliar os resultados futuros e as possíveis tendências.

Um fator crucial nos métodos resolutivos e interpretativos das SMA é o fator tempo, ou seja, o intervalo escolhido para se trabalhar os dados coletados. Quando se trabalha com médias móveis é importante que ao se aplicar os respectivos valores nas fórmulas matemáticas deve-se apropriar ao tempo necessário para a pesquisa, pois, isso pode interferir diretamente nos resultados matemáticos e gráficos da Média Móvel.

Para representar de forma mais clara a aplicação das Médias Móveis Simples e o modo como ela pode ajudar nas interpretações dos gráficos com intervalos diferentes, veja a imagem abaixo um comparativo:

Figura 1: Médias Móveis Simples



Fonte: xpeducacao, 2022

Na figura 1, pelas oscilações dos candlesticks, isto é, representação gráfica do preço de um ativo ao longo de determinado período, percebe-se a formação de duas médias móveis (em roxo - período curto - e laranja - período maior). Além disso, nota-se que as duas linhas representam uma curva crescente, por representar uma curva ascendente, logo auxilia a compreensão do gráfico e traz expectativa de valorização dos resultados futuros.

A figura 2 mostra um exemplo comparativo entre os diferentes funcionamentos das médias móveis simples, baseadas em períodos.

Figura 2: Diferentes funcionamentos das médias móveis simples



Fonte: xpeducacao, 2022

Ao observar a imagem percebe-se que há uma divergência significativa entre as médias. Nesse caso, qual delas está certa? A resposta é objetiva, todas. Para se aplicar médias móveis simples em gráficos oscilatórios é importante interpretar em qual intervalo será aplicada. Normalmente, por exemplo, quando um investidor quer precificar os preços dos ativos ou direcionar a tendência das ações no curtíssimo e curto prazo usa-se intervalos menores para tender buscar tendências mais expressivas no gráfico, mas quando quer direcionar uma SMA para longo prazo trabalha com intervalos mais longos, dando portando mais suavidade nas linhas e menos precisão gráfico. São, então, interpretações e busca de resultados

diferentes.

Assim como já foi supracitado, as médias móveis de um conjunto de dados coletados de acontecimentos passados, para que por meios matemáticos, seja possível compreender tendências que irão ocorrer no futuro sobre os resultados descobertos.

2.2.1 Fórmula matemática Média Móvel Simples

Os processos do cálculo das SMA são algebricamente simples. É na verdade calculado a média aritmética simples dos valores em um determinado número de períodos consecutivos. Segue abaixo a fórmula para o cálculo da expressão.

$$SMA = \frac{X_1 + X_2 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$

Onde: SMA: X_1, X_2, X_3...X_n: são os valores da série temporal nos n períodos mais recentes; e n: número de períodos considerados para o cálculo da média;

Processo do Cálculo das Médias Móveis Simples.

A partir do que foi explicado em relação ao conceito e sobre a fórmula matemática, será construída a tabela a seguir, onde é realizado os cálculos das SMA de forma prática e simples.

A tabela 2 mostra o processo do cálculo a partir das informações: data de cotação, valor de cotação do dólar, cálculo necessário e o resultado.

Tabela 2: Cálculo da SMA com a cotação do dólar de todos os dias úteis do mês de fevereiro do ano de 2023

Data	Cotação do dia	Cálculo: Fórmula da SMA	Resultado SMA
01/02/2023	R$ 5,060	-	-
02/02/2023	R$ 5,044	-	-
03/02/2023	R$ 5,148	-	-
06/02/2023	R$ 5,173	5,060+5,044+5,148/3	R$ 5,084
07/02/2023	R$ 5,199	5,044+5,148+5,173/3	R$ 5,122
08/02/2023	R$ 5,196	5,148+5,173+5,199/3	R$ 5,173
09/02/2023	R$ 5,278	5,173+5,199+5,196/3	R$ 5,189
10/02/2023	R$ 5,222	5,199+5,196+5,278/3	R$ 5,224
13/02/2023	R$ 5,176	5,196+5,278+5,222/3	R$ 5,232
14/02/2023	R$ 5,197	5,278+5,222+5,176/3	R$ 5,225
15/02/2023	R$ 5,221	5,222+5,176+5,197/3	R$ 5,198
16/02/2023	R$ 5,221	5,176+5,197+5,221/3	R$ 5,198
17/02/2023	R$ 5,161	5,197+5,221+5,221/3	R$ 5,213
20/02/2023	R$ 5,161	5,221+5,221+5,161/3	R$ 5,201
21/02/2023	R$ 5,161	5,221+5,161+5,161/3	R$ 5,181
22/02/2023	R$ 5,170	5,161+5,161+5,161/3	R$ 5,161
23/02/2023	R$ 5,135	5,161+5,161+5,170/3	R$ 5,164
24/02/2023	R$ 5,199	5,161+5,170+5,135/3	R$ 5,155
27/02/2023	R$ 5,207	5,170+5,135+5,199/3	R$ 5,180
28/02/2023	R$ 5,225	5,135+5,199+5,207/3	R$ 5,180

Fonte: Banco Central do Brasil, 2023

Observação: O primeiro ponto, foi definido em qual intervalo seria avaliado as médias a partir das cotações. O intervalo escolhido foi n=3, devido a isso, o início aos cálculos ocorreu somente no dia 06/02/2023, pois, só depois que foi completado 3 dias de cotações que se consegue calcular a média nesse intervalo,

a partir disso, conforme os dias de cotações foram passando, eram retirados os dados mais antigos e iam sendo colocados os dados mais recentes. Esse processo de troca acontece, para mobilidade na média móvel, e, portanto, descobrindo os outros valores futuros.

O segundo ponto importante, é realizar os somatórios das demandas de n períodos, dividindo-os por n, onde n é o intervalo trabalhado.

Exemplo:

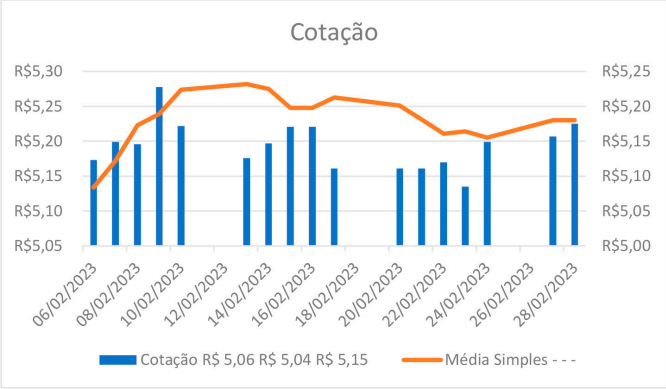
Dia: 06/02/2023 ..... **5,060**+5,044+5,148/3 = R$ 5,084

Dia: 07/02/2023 ..... 5,044+5,148+**5,173**/3 = R$ 5,122

Percebe-se que na mudança de datas entre os dois dias mencionados, o 5,060 é desconsiderado da operação (dado antigo) e é condicionado a operação o número 5,173. Essa alteração dos números significa que a Média Móvel Simples está em mobilidade e buscando posicionamento em relação a valores futuros a partir de dados cada vez mais recentes.

A seguir, o gráfico 2 construído mediante os cálculos realizados pelas cotações dos dados anteriores pelo método da SMA.

Gráfico 2: SMA com a cotação do dólar de todos os dias úteis do mês de fevereiro do ano de 2023



Fonte: autoria própria

Com esse gráfico pode-se entender melhor como funciona as leis do Mercado de Capitais e os direcionamentos do dólar para o futuro a partir das Médias Móveis Simples.

2.3 Médias Móveis Exponenciais (EMA)

O funcionamento e a estrutura das Médias Móveis Exponenciais, é bastante parecido com as SMA. As EMA (Médias Móveis Exponenciais), na verdade é uma derivação da média simples, porém, com uma tentativa de atribuir uma importância progressiva que colocam peso maior nos dados coletados mais recentes, ou seja, aqueles que estão mais atualizados, tornando-a por vezes mais eficaz, com construções de tendências mais definidas e mais sensíveis às alterações atuais.

Devido a sua estrutura algébrica e sensibilidade nos dados, torna-se adequada para identificar tendências emergentes e de padrões de curto prazo, e responsável pelas mudanças recentes na série temporal. Além disso, outro fator que é de extrema relevância para as EMA é o fator tempo. A sensibilidade de uma média móvel exponencial, o número de sinais e resultados gerados pela mesma são proporcionais ao seu período, isto é, quanto mais curto o período de uma média móvel, maior será a sensibilidade e o número de sinais gerados. Logo, em períodos maiores gerarão menos sinais, portanto, tendência com linhas mais suavizadas e menos agressivas.

Para dar direcionamento nas definições de intervalos aplicados na EMA, tem-se pré-definido os períodos que determinam as diferenças entre curto, médio e longo prazo para essa modalidade. Assim, para prazos curtos, o período de cálculo varia de 3 a 25 dias, para o médio prazo de 30 a 75 dias e para o longo prazo de 100 a 200 dias.

2.3.1 Como se calcula a Média Móvel Exponencial

Antes de apresentar a fórmula, é importante ressaltar que para calcular a EMA durante um determinado período, é necessário efetuar cálculos anteriores para conhecer os períodos anteriores da própria EMA. Nesse caso, em deduções de séries temporais diárias, a Média Exponencial permite conhecer o valor atual do EMA (EMAt) a partir do dia anterior (EMA_{t-1}) assim como deduzi-lo do dia anterior, e assim sucessivamente. Portanto, inicia-se o cálculo pelo último dia de dado coletado, e partir disso, desenvolve as exponenciais dos dias anteriores.

Fórmula da Média Móvel Exponencial:

$EMAt = \alpha * \text{preço atual} + (1- \alpha) * EMA_{t-1}$

onde: α é uma constante suavizada com valor entre 0 e 1 $\alpha = 2/(n+1)$

EMA_{t-1} é a EMA para o dia anterior.

O fator de suavização **α** em uma Média Móvel Exponencial (EMA) é uma constante que determina o peso relativo dado aos dados mais recentes em relação aos dados anteriores. Este fator de suavização é crucial para controlar a rapidez com que a EMA reage às mudanças nos dados.

A fórmula para calcular o fator de suavização **α** é: $\alpha = \frac{2}{(n+1)}$ em que n é o número de períodos que se está considerando para a EMA.

O valor de α geralmente está na faixa de 0 a 1. Quanto menor o valor de **α**, mais ênfase é dada aos dados mais antigos, tornando a EMA mais suavizada e menos responsiva às mudanças recentes. À medida que **α** aumenta, os dados mais recentes têm

mais peso, tornando a EMA mais sensível às mudanças.

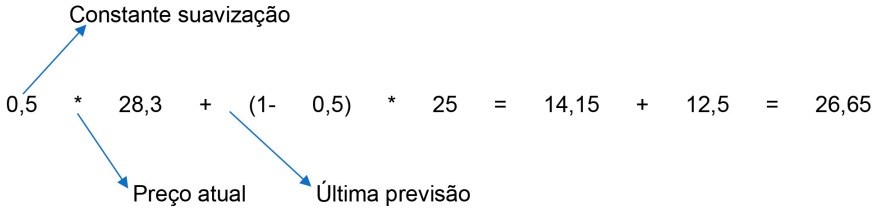
Processo de cálculo das Médias Móveis exponenciais.

A partir do que foi explicado anteriormente sobre os conceitos e a fórmula matemática da EMA será abordado nesse tópico uma aplicação, para que se entenda todo seu raciocínio e sua estrutura algébrica.

Exemplo: Dado os valores abaixo qual é a previsão para o próximo período, com α de 0,5?

Período	1	2	3
Valor Atual	25	28,3	27,5
Valor de Previsão	X	25	**26,65**

Fórmula: $EMAt = \alpha * \text{preço actual} + (1- \alpha) * EMA_{t-1}$
Logo,



A partir da exemplificação do cálculo anterior segue a tabela 3 construída a partir dos preços de cotações do dólar dos dias 01/02/2023 à 28/02/23 aplicando os cálculos das Médias Móveis Exponenciais.

Tabela 3: Médias Móveis Exponenciais dos preços de cotações do dólar entre os dias 01 à 28/02/23, com α = 0,5.

Data	Valor Cotação: Preço atual	α	Resultado: EMA
01/02/2023	R$ 5,060	-	-
02/02/2023	R$ 5,044	-	-
03/02/2023	R$ 5,148	-	-
06/02/2023	R$ 5,173	0,5	5,084
07/02/2023	R$ 5,199	0,5	5,132
08/02/2023	R$ 5,196	0,5	5,165
09/02/2023	R$ 5,278	0,5	5,18
10/02/2023	R$ 5,222	0,5	5,229
13/02/2023	R$ 5,176	0,5	5,225
14/02/2023	R$ 5,197	0,5	5,20
15/02/2023	R$ 5,221	0,5	5,198
16/02/2023	R$ 5,221	0,5	5,209
17/02/2023	R$ 5,161	0,5	5,215
20/02/2023	R$ 5,161	0,5	5,188
21/02/2023	R$ 5,161	0,5	5,174
22/02/2023	R$ 5,170	0,5	5,172
23/02/2023	R$ 5,135	0,5	5,171
24/02/2023	R$ 5,199	0,5	5,153
27/02/2023	R$ 5,207	0,5	5,176
28/02/2023	R$ 5,225	0,5	5,191

Fonte: Banco Central do Brasil 2023

Observações:

- A primeira coisa a ser observada é o fator de suavização. A EMA trabalhada acima é definida com o período n igual a três, e, portanto, dada a equação do fator suavizado tem-se:

α = 2 / (n+1). que nesse caso $\alpha=2/(3+1)=0.5$

- Os cálculos iniciam-se a partir do dia 06/02/2023. Isso acontece pois, como a EMA está sendo construída em intervalos de 3 períodos, é necessário aguardar os dados das cotações dos dias anteriores para então efetuar os cálculos matemáticos e então progredir com as projeções.

- E por fim, a última observação é o modo como deve-se aplicar os dados na fórmula estrutural apresentada. Sempre que no momento do cálculo em que for colocar os dados recolhidos, deve-se colocar a constante de suavização, mas também, se atentar aos dados relacionados a última previsão de cotação e o último valor cotado. Sempre que a intenção for mobilizar a EMA, ou seja, descobrir valores e projeções futuras, deve-se atualizar os valores na fórmula, colocando o último valor cotado dos dados coletados e a última previsão calculada pela própria exponencial. Será dado o exemplo dos dias 24 e 27 de fevereiro da tabela acima para que possamos entender melhor o raciocínio:

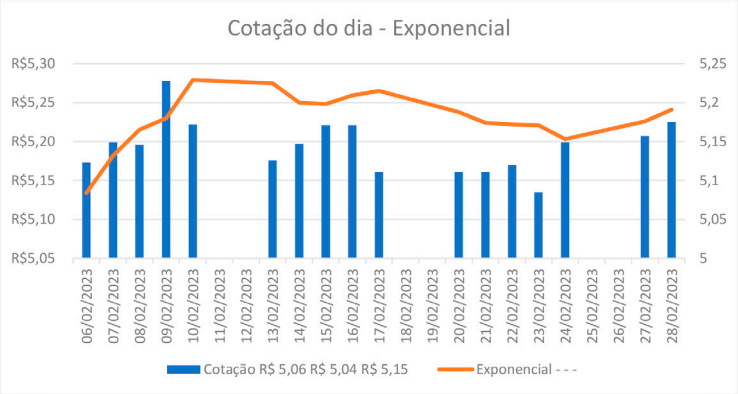
Exemplo:
Dia 24/02/2023 ..... EMA = 0,5 * 5,199 + (1 – 0,5) * 5,153 = 5,176
Dia 27/02/2023 ..... EMA = 0,5 * 5,207 + (1 – 0,5) * 5,176 = 5,191

Percebe-se na operação que conforme as datas são alteradas, os valores também são, e, portanto, cada vez tem-se que os valores recentes tornam na operação números de maiores representatividade nos resultados previstos, o que, consequentemente, traz mobilidade nas Médias Móveis Exponencial ao longo do tempo. Nesse sentido é de suma importância observar bem os dados coletados, pois qualquer alteração deles podem alterar as projeções da EMA.

A seguir, o gráfico 3 construído mediante os cálculos

realizados pelas cotações dos dados anteriores:

Gráfico 3: Médias Móveis Exponenciais dos preços de cotações do dólar entre os dias 01 à 28/02/23, com α = 0,5.



Fonte: autoria própria

Essa média móvel suaviza as flutuações diárias e pode ajudar a identificar a direção geral da série. Em séries temporais com componentes sazonais, é possível decompor a série em tendência, sazonalidade e componente de erro. A decomposição ajuda a entender melhor os padrões repetitivos e a variância na série temporal

3 Considerações finais

O artigo destaca a relevância das Médias Móveis na análise de séries temporais, enfatizando as diferenças entre a Média Móvel Simples (SMA) e a Média Móvel Exponencial (EMA). A escolha entre essas médias depende do intervalo desejado e da sensibilidade aos dados recentes. A aplicação prática com cotações do Dólar ilustra como as médias móveis podem ajudar na interpretação de tendências e na tomada de decisões. Ressalta-se a importância do tempo e do intervalo escolhido na aplicação das médias móveis e

conclui que essas ferramentas são valiosas para compreender e antecipar padrões em séries temporais, especialmente no contexto financeiro.

Essas são apenas algumas das técnicas mais comuns utilizadas na análise de séries temporais. Existem várias outras técnicas e modelos mais avançados disponíveis, dependendo das características específicas da série e dos objetivos da análise. Não há uma técnica única que seja considerada a melhor para previsão de dados em todas as situações, pois a escolha da técnica adequada depende de vários fatores, como a natureza dos dados, a disponibilidade de informações, o horizonte de previsão e outros aspectos específicos do problema.

Referências

GIL, Ari Deschatre. *Aprenda a Investir com sucesso em ações.* 1. Ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2006.

ELDER, Alexander. *Como se transformar em um operador e investidor de sucesso.* 1.Ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2021.

BARTO, Caroline Vaz. *Modelos de previsão para séries temporais:* Médias Móveis e Suavização Exponencial. 2018. Tese (Matemática). Uni-Facef Centro universitário Municipal de Franca.

EDUCAÇÃO, XP. [S. l]: *O que é SMA, seu funcionamento e como ele auxilia na tomada de decisões*. xpeducação, 2022. Disponível em: https://blog.xpeducacao.com.br/o-que-e-sma/. Acesso em: 10 out.2023, 16:15:30.

A MUDANÇA DE OLHAR PARA A MATEMATICA DE ESTUDANTES DO ENSINO MEDIO ATRAVEZ DA ETNOMATEMATICA

Brínel Florêncio Mota
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
bfmota@motamaquinas.com.br

Profa Dra. Sílvia Regina Viel
Doutora em Educação Matemática e Docente do Uni-FACEF
silviarviel@gmail.com

1 Introdução

É muito comum ouvir de docentes das ciências exatas ou mesmo de cursos técnicos, que os estudantes chegam até eles cada vez mais despreparados, com a base Matemática deficiente, e sem interesse pelas disciplinas que exigem mais raciocínio. Isso se deve a diversos fatores que não temos a pretensão de identificar e solucioná-los todos, mas é inegável que uma das causas é o preconceito de que a disciplina de Matemática vem sendo vítima ao longo dos anos.

Os dizeres do tipo: “a Matemática é muito complicada”, “Matemática é coisa para loucos”, “a Matemática era boa até misturarem as letras” e diversos outros que são ditos de maneira impensada geram este preconceito na sociedade e nos estudantes, criando uma barreira entre os mesmos e a disciplina.

O que muitas vezes não se percebe, principalmente quando se é estudante, é que a Matemática é utilizada no dia a dia praticamente cem por cento do tempo, desde as tarefas mais simples como cozinhar, costurar / tricotar, fazer compras, dirigir... entre inúmeras atividades. Tais conhecimentos matemáticos do cotidiano muitas vezes são passados de geração em geração e formam a cultura de uma família ou um grupo da sociedade (Abreu, 2019)

Existem registros que civilizações que já faziam amplo uso da Matemática há cerca de quatro mil anos, como o papiro de Hind que contém diversos problemas matemáticos do dia a dia dos egípcios, vários deles envolvendo pães e cerveja, pois era comum pagar os trabalhadores com comida e bebida. As frações também eram muito exploradas na Matemática do Egito antigo, para lidar com transações de mercadorias, na geometria também tinham bastante recursos apresentando erros mínios, calculando de maneira precisa, área do círculo, e até mesmo volumes de troncos de pirâmides.

Nas civilizações da babilônia primitiva a Matemática da babilônia também foi bastante explorada pois eles usavam blocos de argila fresca para grafar seus registros. Estes blocos resistiram ao tempo mais que os papiros, e estão em constante estudo proporcionando novas descobertas.

A civilização grega também foi muito importante na história Matemática, com os estudos de Pitágoras a Matemática deixou de ser apenas uma ferramenta para lidar com problemas cotidianos e passou a ser uma ciência mais analítica.

Platão também teve grande destaque na Matemática grega, se destacando muito na geometria. Em Alexandria se destaca Euclides, que teve a fama de O grande Cronista da Matemática, deixando o livro:" Os Elementos" .

Durante o Renascimento, a matemática continuou a florescer, com matemáticos como Leonardo Fibonacci e Galileu Galilei fazendo contribuições significativas. O sistema de numeração indo-arábico, introduzido por Fibonacci, revolucionou a forma como os números eram escritos e calculados. Galileu, por sua vez, foi pioneiro na aplicação da matemática na física e astronomia.

Na Idade Moderna, a matemática continua a se desenvolver, com figuras como Isaac Newton e Gottfried Leibniz criando cálculo diferencial e integral. O trabalho de Newton na lei da gravitação universal e a descoberta de Leibniz do cálculo diferencial e integral

foram marcos importantes na história da matemática.

Dada sua ampla abrangência é inegável que a Matemática é uma ciência de vital importância para a humanidade, seja na utilização diária ou nas aplicações mais elaboradas ela contribui para a sobrevivência e o desenvolvimento da humanidade. Muitas vezes servindo como base a outras ciências como a programação computacional, as ciências contábeis, as engenharias, entre inúmeras outras, sendo o alicerce inclusive para o desenvolvimento das inteligências artificiais tão estudadas na atualidade.

A mecânica de usinagem também é uma grande usuária da Matemática, desde a análise dimensional que trabalha com as medições e medidas com suas subdivisões até a programação de máquinas que operam através de comandos numéricos computadorizados, assim oferece amplo território de estudos para a Etnomatemática.

Por ser um estudo de caso este trabalho traz a vivência e as experiências de um estudante que em um primeiro momento não se identificou muito com a Matemática, tendo grandes dificuldades em todo o Ensino Básico, se tornando assim um grande preconceituoso, que acreditava não gostar de Matemática.

Trabalhando em uma empresa familiar que fabrica máquinas utilizadas na produção de calçados, se deparou com a mecânica de usinagem, onde se trabalha o tempo todo com incontáveis cálculos nas mais diversas situações e cursando paralelamente engenharia de produção onde tem-se muitas disciplinas que abordam a Matemática um pouco mais complexa, percebeu-se imerso neste universo, com esforço conseguiu aos poucos reconhecer que a Matemática não é tão complicada, antes, é bela pois está em tudo, ao contrário do que dizem não é rígida, é flexível pois oferece diferentes caminhos que levam à solução de um problema. Percebeu enfim que as “regras” e propriedades, na verdade não são regras, são por assim dizer a própria natureza, que aplicada de maneira coerente opera com os números.

Motivado por esta história brevemente relatada e conhecendo ainda de forma preliminar, uma vez que a pesquisa se encontra na fase inicial, o conceito da Etnomatemática, surgiu o interesse de se aprofundar abordando esta profissão pela ótica do profissional de metal mecânica .

Assim sendo, presente trabalho tem o objetivo de identificar, analisar, discutir e compreender as ferramentas e técnicas Matemáticas utilizadas por profissionais de mecânica de usinagem, área esta que exige em seu dia a dia uma ampla base Matemática, mas que também se mostra produtora e utilizadora de conhecimento informal através dos próprios operários que muitas vezes não tiveram a oportunidade do estudo acadêmico, desenvolvem técnicas com as experiencias cotidianas e realizam tarefas onde utilizam as noções intuitivas, o raciocínio logico, o cálculo mental e diversas outras táticas, sem se darem conta de que estão fazendo o uso da Matemática.

Uma vez realizado este levantamento, utilizá-lo para atingir/ conquistar alunos que não tem tanta afinidade com a Matemática mostrando que no mercado de trabalho a Matemática se faz muito presente. Seja superficialmente ou de modo aprofundado, todos a utilizamos no dia a dia. Além de apresentar aplicações dos conteúdos que são estudados em sala de aula que muitas vezes são desconhecidas por eles. E principalmente demonstrar que a aprendizagem e utilização da Matemática não precisa ser uma atividade penosa, pode sim, ser muito interessante e agradável.

Portanto, será realizado um estudo com base na etnomatemática, que buscará os saberes e técnicas Matemáticas, formais e informais, utilizados nesta área tão rica que é a mecânica de usinagem, com a finalidade de que estes conhecimentos possam ser apresentados a alunos do ensino médio e impactar de maneira positiva no modo como eles veem a Matemática.

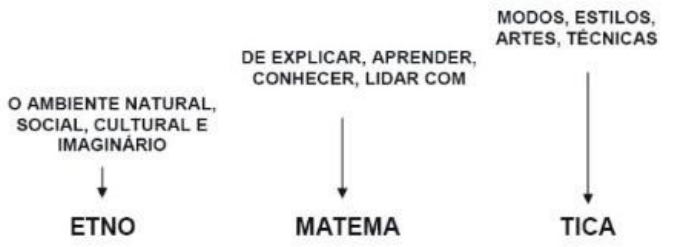
Assim temos a singela pretensão de contribuir com a comunidade que se debruça sobre a etnomatemática oferecendo

mais um pequeno estudo de caso.

2 O que é Etnomatemática?

A Etnomatemática é classificada segundo D'Ambrosio (2002) como uma "subárea da história da Matemática e da educação Matemática que se relaciona com a antropologia, as ciências da cognição e a política". Esta linha de pesquisa estuda a Matemática praticada nos mais diversos nichos e comunidades, como por exemplo nas tribos indígenas, entre pescadores, feirantes, lojistas e inúmeros outros grupos culturais ou profissionais.

Na etimologia a palavra etnomatemática é dividida em três vocábulos:



(D'Ambrósio, 2002)

A partir do esquema elaborado por D'Ambrosio, pode-se concluir que as técnicas de resolver problemas e situações de uma classe especifica também são a etnomatemática.

o se analisar os métodos adotados pela maioria dos professores de Matemática percebe-se o enfoque na memorização de algoritmos e fórmulas em detrimento da valorização do conhecimento prévio dos alunos e sua ligação com os conteúdos matemáticos estudados, o que tornaria as aulas muito mais interessantes trazendo o sentido, quiçá a necessidade, de se conhecer a teoria uma vez que já se entende o que acontece na

prática.

Este olhar para a Matemática que acontece no dia a dia é muitas vezes fator determinante para se alcançar o estudante que não se identifica tanto com a Matemática acadêmica, muitas vezes respondendo aquela pergunta tão comum nas aulas de Matemática: “onde se usa isto no dia a dia?”

D’Ambrosio (2002) ainda destaca que a etnomatemática é focalizada em recuperar a dignidade cultural do ser humano, valorizando o conhecimento matemático de pessoas que muitas vezes não tiveram escolaridade, mas utilizam a Matemática no dia a dia e/ou no trabalho chegando muitas vezes a desenvolver técnicas e estratégias muito inteligentes para realizar trabalhos complexos.

Na cultura popular é comum colocar-se o conhecimento acadêmico à frente da aprendizagem informal adquirida e desenvolvida pelos operadores (trabalhadores), por isso eles se sentem inferiores aos profissionais que cursaram ensino superior principalmente no que diz respeito ao uso da tecnologia, que na maioria das vezes não dominam.

Por outro lado, é comum acontecer de se tomar decisões com base na teoria (conhecimento acadêmico) e alguma variável deixar de ser considerada em sua totalidade resultando em erro, situação que muitas vezes seria prevista pelo operador que não domina a teoria, mas tem a experiencia adquirida no trabalho.

Podemos então questionar:

Qual conhecimento tem mais valor? Teórico ou prático?

Assim como nas empresas, obras e ambientes de trabalho onde a combinação entre o conhecimento teórico e prático gera o melhor resultado, os conhecimentos práticos podem ser utilizados para se ensinar Matemática?

A etnomatemática vem ao encontro destes questionamentos pois se trata de um programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática, com óbvias implicações pedagógicas. Ou seja, o educador matemático que “faz Etnomatemática” está disposto

e interessado em aprender o que os outros fazem (profissionais, tribos, comunidades etc.) e utilizar este conhecimento em sala de aula, de modo a despertar o interesse dos educandos, além disso está aberto a ouvi-los e aprender com eles sobre os fazeres matemáticos que vivenciam.

Acreditamos que alunos que tenham experienciado aulas envolvendo esta metodologia de ensino estarão melhor preparados para minimizar as competições ainda tão comuns no mercado de trabalho entre o saber popular e o acadêmico e assim matemática aproximá-los, aproveitando o que cada individuo tem de melhor para gerar resultados / produtos / serviços de mais qualidade pois terão aprendido o conhecimento acadêmico de maneira contextualizada com os saberes práticos.

3 A Matemática presente na mecânica

Ao adentrar uma oficina, inicialmente, é necessário aprender sobre medidas. A unidade mais utilizada no Brasil é o milímetro, sendo de suma importância compreender bem suas subdivisões (décimos e centésimos) e adquirir prática e familiaridade com os instrumentos de medição (paquímetro e micrometro). Ao aferir determinada dimensão se trabalha mentalmente com os números decimais na reta numérica. O paquímetro oferece também a possibilidade de se ler a medida em polegadas, sistema que utiliza os números racionais, uma vez que a polegada é dividida em cento e vinte e oito partes iguais e as medidas são dadas sempre em forma de frações. A conversão entre milímetros e polegadas muitas vezes se torna natural e mental para o profissional desta área, pois em muitos casos se trabalha simultaneamente com os dois sistemas de medição.

O torno mecânico é uma máquina-ferramenta que produz peças com dimensões: cilíndricas, cônicas, roscas, abaulados côncavos e convexos, inúmeras operações onde é necessário

que o operador tenha uma base Matemática, seja com noções intuitivas de ângulos aproximados, ou como cálculos básicos para dimensionar as peças que estão em produção, ou ainda com cálculos mais complexos envolvendo transmissão de movimento através de engrenagens. À medida que se aprofunda no conhecimento da máquina, a Matemática se mostra cada vez mais e mais presente.

Atualmente o torno universal vem sendo “substituído” pelo Torno CNC, o qual possui um computador acoplado e seus eixos se movimentam automaticamente, exigindo agora que o operador se torne também um programador. Os programas são escritos através de texto e podem se tornar extremamente complexos, possibilitando executar operações impossíveis de se realizar em um torno universal.

Para se elaborar um programa de torneamento CNC são necessários conhecimentos matemáticos um pouco mais aprofundados, principalmente sobre o plano cartesiano pois o movimento da máquina se dá através de coordenadas que são inseridas no programa, onde o erro de um sinal ou uma virgula que aparentemente é pequeno erro pode resultar em um grande acidente.

4 Coleta de dados

Com a finalidade de averiguar o que os estudantes pensam sobre a Matemática e suas aplicações no dia a dia será realizado um trabalho futuro em que será visitada uma escola da cidade de Franca SP e eleita uma turma de alunos do Ensino Médio para participarem da pesquisa.

De início será feita uma roda de conversa para introduzir o assunto e discutir sobre alguns tópicos:

- Afinidade dos estudantes com a disciplina de Matemática
- Formato das aulas de Matemática que eles vivenciam
- Ocupação dos pais ou responsáveis dos alunos
- Quais profissões eles almejam para o futuro
- Importância que dão a Matemática
- Para ser bom em Matemática é preciso ser muito inteligente?
- É preciso estudar muito e/ou fazer faculdade relacionada?
- Entre outros assuntos que poderão surgir

Após a roda de conversa que se estima irá durar em torno de uma hora será aplicado um questionário com a finalidade de registrar suas afinidades com a Matemática, se eles a utilizam no dia a dia, se acreditam que irão precisar de tais conhecimentos na vida e/ou no mercado de trabalho adulta entre outras questões.

O questionário é composto pelas seguintes perguntas:

1. Você gosta de Matemática? Por quê?
2. Você utiliza Matemática fora da escola, no seu dia a dia?
3. No mercado de trabalho, quais profissionais utilizam a Matemática na sua opinião?
4. Você acredita que vai precisar de Matemática na sua profissão?

Após a análise das respostas será feita uma apresentação sobre a tornearia mecânica, mostrando várias atividades desta profissão em que se utiliza a Matemática entre elas a utilização das coordenadas do plano cartesiano para se programar uma máquina destacando toda a Matemática envolvida no processo de torneamento.

O processo de usinagem do metal é muito interessante, e pode atrair / despertar a atenção dos estudantes para a utilização da Matemática pelos profissionais desta área. Assim esta será a etapa mais importante da pesquisa, pois é onde se espera conseguir realizar alguma mudança na visão deles sobre a Matemática.

Embora seja dado enfoque na área da mecânica de usinagem, durante o processo da pesquisa, principalmente na roda de conversa, também serão abordadas inúmeras outras profissões cuja Matemática faz parte do dia a dia e tem o mesmo potencial de mostrar aplicações interessantes da Matemática, com a pretensão de chegar à conclusão de que ela está presente em todos os ramos do mercado trabalho.

E ao final será solicitado que os estudantes respondam novamente o questionário com a finalidade de avaliar se houve mudanças de opiniões, afinidades, conhecimentos etc. Enfim se logramos influenciar positivamente o olhar dos estudantes para a Matemática através da Etnomatemática.

5 Considerações

Empiricamente se constata que cada vez mais os educandos se distanciam da disciplina de Matemática. Acredita-se que tal fato se deve às metodologias utilizadas em sala de aula que apresentam a Matemática como uma ciência difícil e por ser exata, sem margem para discussões e sem praticidade. Este trabalho tem a pretensão de agir no sentido contrário, buscando trazer os estudantes para uma realidade onde a Matemática desperta interesse.

Porém faz-se necessário que os docentes estejam preparados para mostrar estes cenários onde a Matemática é utilizada de modo dinâmico e interessante, em que a teoria e a prática se combinam e geram resultados.

O programa Etnomatemática enquanto metodologia de

ensino tem um grande potencial para esta finalidade, mostrando realidades de pessoas que nem sempre tiveram estudo formal e fazem uso da Matemática para resolverem problemas do dia a dia sem ao menos se darem conta do quanto sabem.

Buscamos trazer um destes cenários, o da mecânica de usinagem, onde a Matemática está presente em todos os momentos da jornada de trabalho do profissional desta área, acreditando que esta experiencia irá trazer aos alunos uma visão diferente de como se trabalha com Matemática e por ser mais prática e aplicada pode despertar curiosidade interesse.

Fica evidente a importância deste trabalho, que faz uma ligação entre a sala de aula onde se estuda a Matemática de forma teórica e a oficina profissional onde se vivencia a Matemática prática, mostrando que a união destas duas realidades favorece a aprendizagem e abre campo para inúmeras reflexões.

Referências

ABREU, Guilherme Martins. *Análise qualitativa:* etnomatemática e sequência didática aplicadas na profissão de mecânico automotivo. 2019 Disponivel em: https://ojs.cesuca.edu.br/index.php/mostrac/article/view/1762/1153 > Acesso em 02 dezembro 2023

D'AMBROSIO. Ubiratan. *Etnomatemática Elo entre as tradições e a modernidade*. Autêntica Editora, 2002.

IENO. Daniela. *EtnoMatemática a Matemática em outros contextos culturais.* 1999. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Disponivel em:<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/96808/Daniela%20_Ieno%200.PDF?sequence=1&isAllowed=y > Acesso em 01 julho 2023.

OLIVEIRA, Sheila Fernandes Pimenta e. *Estrutura e formatação de trabalhos acadêmicos: compilação e discussão das normas da ABNT e atalhos facilitadores para digitação.* 5. Ed. Franca: Uni-FACEF, 2019.

A CONFECÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS MATEMÁTICOS POR MEIO DA PLATAFORMA DE DESIGN GRÁFICO CANVA

Gabriel Rossato Duarte
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
gabrielrossatoduarte@gmail.com

Profa Ms. Ananda Kainne Oliveira Domenegueti Xavier
Mestre em Matemática e Docente do Uni-FACEF
anandadomenegueti@facef.br

Resumo: O presente artigo aborda as possibilidades de confecção de recursos didáticos matemáticos por meio da plataforma de design gráfico CANVA e as vantagens de suas aplicações nas aulas de matemática. Esse trabalho objetiva apresentar uma alternativa de elaboração de materiais pedagógicos matemáticos funcionais para o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes de maneira fácil e gratuita, bem como, atestar a efetividade da plataforma CANVA para a criação desses recursos e enfatizar a importância do uso desses como metodologias inovadoras de ensino da matemática. Como fundamentação teórica, o artigo é embasado nos estudos de diversos autores que tratam do uso de metodologias alternativas de ensino com foco na utilização de materiais didáticos diversos no contexto educacional em geral e, mais especificamente, nas aulas de matemática. Dessa maneira, o presente trabalho, inicialmente, apresenta as funcionalidades da plataforma CANVA, depois, traz uma contextualização acerca da utilização de ferramentas pedagógicas variadas nas aulas de matemática e, por último, expõe alguns modelos de recursos que podem ser confeccionados pela plataforma online.

1 Introdução

Ainda nos dias de hoje, a matemática é vista por muitos como uma disciplina extremamente desinteressante, imutável, pautada na memorização do conteúdo e distante da realidade vivida cotidianamente. Segundo Silva e Cunha (2020, p. 37), uma situação alarmante referente a essa visão complexa que se tem da disciplina é o fato de, em alguns casos, a própria metodologia

utilizada pelo docente se alinhar especificamente à falta de interesse que se tem por parte dos estudantes, podendo colaborar para esse desentusiasmo. Isso pode ocorrer, principalmente, devido à forma como os docentes ministram as aulas de matemática e a escolha dos métodos e metodologias que serão empregados, visto que, na maior parte das vezes, não são utilizados materiais e ferramentas didáticas verdadeiramente atrativas e motivantes aos educandos, que são recursos que tornam o aprendizado alcançado por esses bem mais concreto, dinâmico, significativo e atrelado à realidade vivenciada. Pois:

> O modo como se leciona e a metodologia centralizada na habilidade que incentiva uma aprendizagem permanente proporciona aos alunos aprender a aprender, aprender a pensar e aprender a construir seu próprio conhecimento (SILVA; CUNHA, 2020, p. 44).

Dessa maneira, o presente artigo busca apresentar uma interessante possibilidade de confecção de materiais didáticos diversos e inovadores para aplicação nas aulas de matemática, com o uso de uma ferramenta de design gráfico online chamada CANVA, que possibilita a criação dos mais variados recursos de maneira dinâmica, simplificada e fácil, dispondo-se de milhares de modelos já prontos que são totalmente personalizáveis e de diversas ferramentas que possibilitam a produção de inúmeros projetos exclusivos limitados apenas à criatividade do usuário.

Assim, o trabalho exibe uma alternativa prática e funcional de confecção de materiais didáticos por meio do CANVA, adaptados para as aulas de matemática, como uma possibilidade atrativa e com uso mais acessível para professores e alunos. Mas, também é pertinente, por enfatizar a importância da aplicação de metodologias diversificadas para uma aprendizagem matemática significativa. Dessa forma, o tema é relevante por proporcionar um grande aprendizado de práticas inovadoras para o ensino da matemática,

no caso, a confecção dos mais diversos recursos didáticos matemáticos, que podem tornar o processo de aprendizagem dos estudantes extremamente prazeroso e atrativo, bem como, propiciar aos mesmos uma construção de conhecimentos muito mais ativa e autônoma.

Com isso, o presente trabalho tem como principal objetivo demonstrar a possibilidade da criação de materiais didáticos matemáticos dinâmicos e significativos para o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes de maneira gratuita e simples. Contudo, também são objetivos do artigo: atestar que o uso da plataforma CANVA para a elaboração desses materiais é uma alternativa simples e acessível para o professor e também para os próprios estudantes e que permite uma adaptabilidade aos mais diversos contextos educativos; e enfatizar a importância do uso de recursos didáticos concretos ou digitais como metodologias alternativas de ensino e aprendizagem da matemática, que são atrativas aos estudantes e propõem um aprendizado mais prático e ativo.

2 A ferramenta de design gráfico CANVA

Na internet podem ser encontradas diversas ferramentas de design gráfico on-line, entretanto, a ferramenta CANVA se destaca entre as demais, sobretudo por ser extremamente simples de ser utilizada, podendo ser facilmente manuseada de forma bastante intuitiva por qualquer usuário, além de possuir, ainda em sua versão gratuita, uma gama imensa de possibilidades de criação e edição de projetos e materiais. Por esses motivos, o autor desse presente artigo retrata a ferramenta em questão como um prático e eficaz meio de confecção de materiais didáticos matemáticos.

A ferramenta de design gráfico on-line CANVA foi lançada no ano de 2013 e, de acordo com informações de seu próprio site, possui como o seu principal objetivo garantir que qualquer pessoa

possa produzir qualquer tipo de projeto de criação e elaboração de um conteúdo visual (design gráfico) para publicar em qualquer lugar. Dessa forma, a plataforma conta com os mais diversos tipos e estilos de artes gráficas, para que o usuário possa escolher aquele que melhor se encaixe à proposta que se tem, havendo a possibilidade de se editar e personalizar os mais variados modelos e materiais já criados pela comunidade e pela equipe do CANVA, ou de se criar seus próprios projetos com o uso de um grande arsenal de recursos para deixá-los da forma que se deseja. Inclusive, vale ressaltar que a ferramenta também possui uma versão para celulares, propiciando um maior acesso aos usuários.

Assim, entre os modelos e possibilidades de criação disponíveis na plataforma, têm-se: documentos, apresentações, vídeos, postagens para redes sociais, logotipos, currículos, cartazes, convites, panfletos, cartões, montagens de fotos, capas de livros ou revistas, gráficos, mapas mentais, calendários, relatórios, planejadores, folhas de atividades, planos de aula, etiquetas, além de variados outros, que sempre podem ser criados do zero ou personalizados com base em artes já finalizadas. Além disso, tratando-se das possibilidades de personalização de recursos e artes, a ferramenta oferece uma interface de edição completa e extremamente vasta, com possibilidades de mudança de posição e alteração de cores dos elementos, de inserção e exclusão de fotos, de produção de textos especiais com as fontes que mais se encaixem à proposta do usuário, bem como, de utilização de um amplo banco de imagens com milhões de opções de ilustrações, ícones, fotografias e outros elementos gráficos.

Um outro ponto bastante interessante a se ressaltar é que todos os modelos citados podem ser produzidos de forma gratuita na plataforma e que há recursos suficientes no plano grátis da ferramenta para se elaborar múltiplos projetos, porém, ainda há a oportunidade de assinatura de planos pagos para um acesso total às funcionalidades do CANVA. Também, após a conclusão

de um projeto de criação, são ofertadas variáveis maneiras de compartilhamento pela plataforma, já que se é possível baixar o design gráfico produzido em diversos formatos no próprio dispositivo utilizado, compartilhar nas redes sociais e também imprimir, podendo-se escolher todas essas opções, além de que no CANVA há uma interessante função em que todas as criações ficam armazenadas na conta do usuário, sendo possível que o mesmo possa editá-las sempre que quiser e fazer diversas cópias de seu design para alterá-las da maneira que achar necessário.

Desse modo, percebe-se o quão completa a ferramenta CANVA é, com inúmeras alternativas de produção, edição, personalização e compartilhamento de designs gráficos, sendo essa uma plataforma que proporciona grande acessibilidade aos usuários de todos os tipos, inclusive aqueles sem nenhum conhecimento sobre a área do design gráfico, tanto pela oportunidade de assinatura do plano gratuito, quanto pela facilidade e simplicidade na produção de projetos e pela intuitividade da interface do CANVA e de suas funcionalidades. Portanto, a plataforma se mostra um efetivo meio de confecção de instrumentos didáticos matemáticos, podendo ser utilizada por todos os professores e estudantes de forma simples, fácil e intuitiva.

3 A influência do uso de materiais didáticos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática é visto por grande parte dos educandos como desinteressante e desmotivante, além de ser na maioria das vezes mostrado como extremamente abstrato e tradicional, baseado principalmente na memorização de fórmulas e conceitos. No entanto, a disciplina não deveria ser trabalhada e apresentada dessa forma tão engessada e imutável, afinal, de acordo com Santos, França e Santos (2007, p. 9) ``A Matemática não é uma ciência cristalizada e imóvel; ela está

afetada por uma contínua expansão e revisão dos seus próprios conceitos´´. Dessa maneira, ainda segundo os autores, essa disciplina também não poderia ser retratada de maneira abstrata, fechada, irreal e homogênea.

Desse modo, como uma possível solução para as carências dessa forma de ensino tradicional da matemática, surge a chamada metodologia ativa de ensino, que se prova:

> [...] uma estratégia de ensino muito eficaz, independentemente do assunto, quando comparada com os métodos de ensino tradicionais. Assim, com métodos ativos, os alunos assimilam maior volume de conteúdo, retêm a informação por mais tempo e aproveitam as aulas com mais satisfação e prazer (SILBERMAN apud ZALUSKI; OLIVEIRA, 2018, p. 3).

Com isso, uma possibilidade para um ensino mais prático e ativo da disciplina, é o uso de materiais didáticos nas aulas como ferramentas que potencializam e dinamizam os processos de aprendizagem, de maneira a concretizar e tornar mais práticos os conteúdos muitas vezes vistos como abstratos e excessivamente teóricos pelos estudantes. Visto que:

> A utilização dos materiais didáticos possibilita que o aluno visualize e construa significados, conduzindo-o ao raciocínio. Através dele, o professor observa, faz estimativa, relaciona informações, busca soluções para os problemas apresentados, compara os resultados, produz novas ideias, para depois chegar à abstração. Dessa forma, ocorre a construção do conhecimento (SILVA; VICTER, 2016, p. 4).

Assim, são inúmeros os recursos que podem ser utilizados como materiais didáticos no contexto educativo e, de modo mais específico, nas aulas de matemática, que podem ser tanto físicos quanto digitais, tendo como exemplos: calculadoras, gráficos estatísticos, maquetes, livros, jornais, revistas, cartazes, mapas

mentais, linhas do tempo, ilustrações, computadores, tablets, celulares, softwares, retroprojetores, jogos, filmes, aplicativos, slides, murais, entre muitos outros. Dessa maneira, o artigo trata a seguir de algumas dessas possibilidades de recursos pedagógicos que podem ser facilmente confeccionados pela plataforma CANVA e aplicados às aulas de matemática, bem como, demonstra como podem ser produzidos alguns exemplos desses materiais.

3.1 O jogo didático

Primeiramente, no que se refere aos jogos didáticos como uma notável ferramenta educativa, tem-se que esses também podem trazer grandes vantagens para as aulas de matemática, podendo potencializar a aprendizagem da disciplina e torná-la mais próxima da realidade, de maneira a concretizar e tornar mais práticos e dinâmicos os conteúdos muitas vezes vistos como abstratos e excessivamente teóricos pelos estudantes. Assim, é nesse cenário tradicional de métodos expositivos e desestimulantes empregados no ensino da matemática que, segundo Melo e Lima (2022), a utilização do jogo no processo de ensino e aprendizagem da disciplina se torna uma ferramenta ideal que propicia a motivação ao interesse do estudante e o auxilia no enriquecimento de sua personalidade e na elaboração de suas novas descobertas.

Além disso, um outro ponto a se destacar é que:

> O jogo pode colaborar com a educação matemática e com a educação científica em geral, pois ajuda a resolver situações problemas e desenvolve habilidades de raciocínio lógico e espacial, de concentração, de interpretação, de investigação, de previsão, de análise por comparação e de tomada de decisão lógica e embasada em fatos e argumentos (TEIXEIRA; APRESENTAÇÃO, 2014, p. 304).

Sendo assim, percebe-se as grandes vantagens do uso dos jogos educativos no contexto de ensino-aprendizagem da matemática, dessa forma, são apresentados a seguir dois modelos de jogos matemáticos físicos que podem ser elaborados por meio do CANVA.

3.1.1 Modelo de jogo: Jogo da Memória dos Polígonos e Não Polígonos

Figura 1 – Cartas do Jogo da Memória dos Polígonos e Não Polígonos.



Fonte: autoria própria, 2023.

O Jogo da Memória dos Polígonos e Não Polígonos segue as mesmas regras dos jogos da memória tradicionais popularmente conhecidos, que são ferramentas que podem contribuir bastante para o aprimoramento da retenção de informações e da concentração, sendo muito úteis em sala de aula. Também, o presente jogo contempla muito bem o conteúdo matemático de polígonos trabalhado no 6° ano do Ensino Fundamental, podendo ser utilizado como uma atividade lúdica e dinâmica de revisão, visto que, para jogar, os estudantes deverão conseguir reconhecer,

nomear, classificar e diferenciar os polígonos e os não polígonos. Vale ressaltar que, esse jogo da memória funciona de uma forma em que se deve associar uma carta que contém uma imagem sempre a uma outra que contém uma definição escrita dessa imagem e que, em sala de aula, o mesmo pode ser trabalhado de diversas formas, como com os estudantes compondo duplas, trios ou até grupos, de maneira cooperativa ou competitiva, adequando-se aos diversos contextos de ensino.

É importante dizer que, esse jogo pode ser confeccionado das mais diversas formas, visto que existe uma gama imensa de modelos de jogo da memória, já prontos, disponibilizados na plataforma CANVA, que podem ser editados e personalizados da maneira que o usuário preferir.

Figura 2 - Alguns modelos de jogos da memória disponíveis no CANVA.



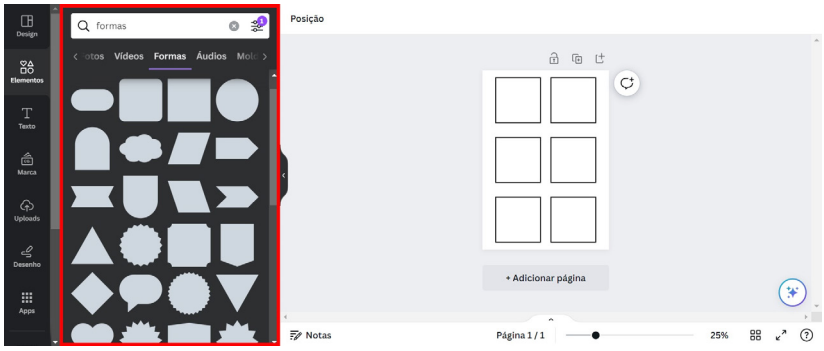
Fonte: Canva.com, 2023.

Apesar disso, o Jogo da Memória dos Polígonos e Não Polígonos pode ser confeccionado do zero, para isso, deve-se criar um arquivo em branco, de preferência no tamanho de uma folha sulfite A4 e orientação retrato. Depois, na aba de elementos, o usuário deve escolher o contorno das cartas ou peças do jogo da

memória, dentre diversas opções disponíveis.

Posteriormente, após a escolha do formato das cartas, o usuário terá que escolher quais polígonos e não polígonos irão compor o jogo, fazendo-se necessária uma busca na aba de elementos. Com isso, será possível encontrar um conjunto de elementos denominado formas, no qual poderão ser encontradas figuras geométricas de diversos formatos, inclusive, alguns polígonos e não polígonos bastante conhecidos e usuais.

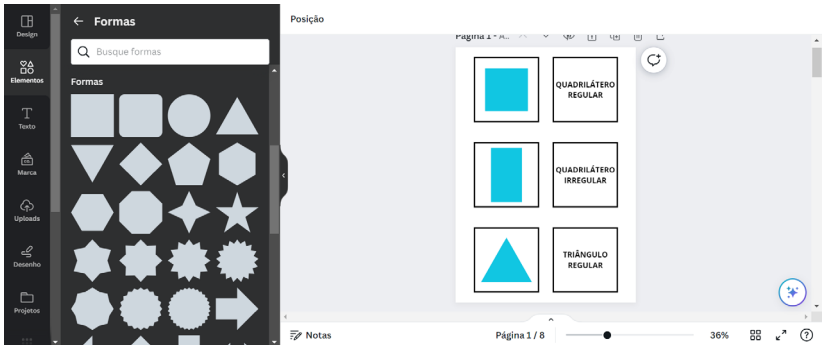
Figura 3 – Conjunto de formas do CANVA.



Fonte: Canva.com, 2023.

Dessa maneira, as cartas terão que ser preenchidas com imagens desses polígonos e não polígonos e descrições de cada um desses, para que possa haver pares com correspondência entre imagem e escrita, conforme indica a imagem a seguir:

Figura 4 – Pares de cartas correspondentes.



Fonte: Canva.com, 2023.

Assim, após a escolha de cores para as cartas, das ilustrações e dos textos, o jogo estará finalizado e já poderá ser impresso e aplicado pelo docente nas aulas de matemática. Dessa forma, é importante salientar que o número de cartas do jogo da memória é definido pelo professor e que esse jogo pode ser adaptado aos mais diversos conteúdos matemáticos, sendo esse apenas um exemplo das inúmeras possibilidades de criação.

3.1.2 Modelo de jogo: Caminho das Operações

Figura 5 – Tabuleiro e fichas do jogo Caminho das Operações.



Fonte: autoria própria, 2023.

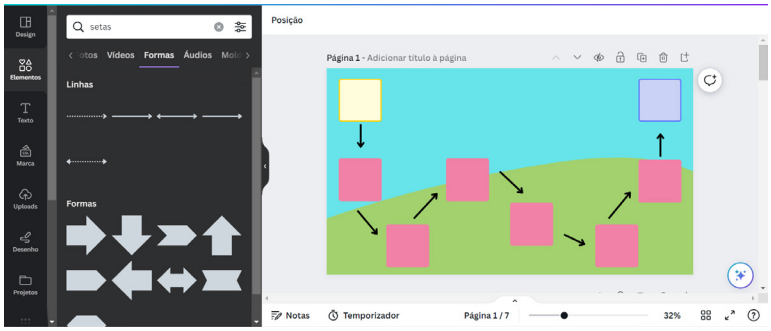
O jogo Caminho das Operações é uma adaptação do jogo de tabuleiro Matemática Inteligente adequado ao contexto educacional da sala de aula, que abrange de forma efetiva o conteúdo das quatro operações matemáticas básicas em um nível de dificuldade apropriado ao 5° ano do Ensino Fundamental e proporciona o desenvolvimento das habilidades de cálculo mental fundamentais na resolução de situações-problema no cotidiano. Esse jogo é composto por um tabuleiro que contém uma série de operações que devem ser resolvidas em ordem, como um caminho a se percorrer, e, também, um conjunto de fichas numéricas, determinado pelo docente, de dois tipos, que se diferem pela cor e função, sendo essas: as fichas amarelas que são sempre o ponto inicial da sequência de cálculos e as fichas azuis que são sempre os resultados no fim do percurso de operações. Assim, os estudantes ao escolherem uma ficha amarela deverão realizar a sequência de cálculos para descobrir qual será a ficha azul que representará o resultado dessa série de operações. É válido enfatizar que, o jogo pode ser adaptado pelo professor de diversas formas, podendo ser alterados os números representados em cada ficha, as cores das fichas, a quantidade de fichas, a quantidade de cálculos, as próprias operações no percurso, dentre diversos outros fatores.

Dessa forma, o jogo pode ser confeccionado a partir de um arquivo de apresentação em branco com orientação paisagem, no qual serão produzidos, primeiramente, o tabuleiro e, por último, a cartela de fichas amarelas e azuis, valendo destacar mais uma vez que as cores das fichas podem ser alteradas pelo educador, devendo-se manter apenas as funções de cada tipo de ficha. Assim, o primeiro passo a se seguir na elaboração do tabuleiro é escolher como será o plano de fundo desse, que pode ser diverso, limitado apenas à criatividade do usuário, podendo-se seguir um padrão de cores ou formas, por exemplo.

Após esse primeiro passo, o usuário deverá construir o percurso das operações, deixando uma lacuna vazia para se

colocar cada operação do caminho, o ponto inicial do percurso e o resultado final, sendo que essas duas últimas lacunas citadas devem ter o mesmo formato e o tamanho um pouco maior que o das fichas coloridas mencionadas anteriormente. Também, cada uma dessas lacunas deverão ser interligadas por setas, que indicarão o sentido da sequência de cálculos.

Figura 6 - Tabuleiro com lacunas interligadas em sequência.



Fonte: Canva.com, 2023.

Desse modo, para a finalização do tabuleiro, o usuário deverá inserir um texto para indicar o início e o final do percurso, as operações que terão que ser realizadas em sequência e, opcionalmente, um título com o nome do jogo.

Figura 7 – Tabuleiro finalizado do jogo Caminho das Operações.



Fonte: Canva.com, 2023.

Em seguida, em uma segunda página do arquivo, deverá ser confeccionada a cartela de fichas do jogo, que deverão ser de dois tipos diferentes, com cores e funções distintas. Sendo assim, com base no modelo de exemplo, as fichas amarelas devem ser pensadas para representarem números que serão o ponto de partida dos cálculos da sequência e as azuis para simbolizarem os resultados no fim do percurso, dessa maneira, cada ficha azul deve ser associada a uma ficha amarela, de forma que operando sequencialmente um número inicial possa se alcançar um determinado resultado.

Figura 8 – Cartela de fichas do jogo Caminho das Operações.



Fonte: Canva.com, 2023.

Assim, após a elaboração do tabuleiro e da cartela de fichas do jogo Caminho das Operações, esse estará finalizado e poderá ser impresso e utilizado pelo professor, podendo ser aplicado de diversas maneiras a depender do contexto educacional e dos objetivos de ensino, funcionando como uma eficaz ferramenta pedagógica para o estudo das quatro operações matemáticas básicas e o aperfeiçoamento do cálculo mental por parte dos estudantes.

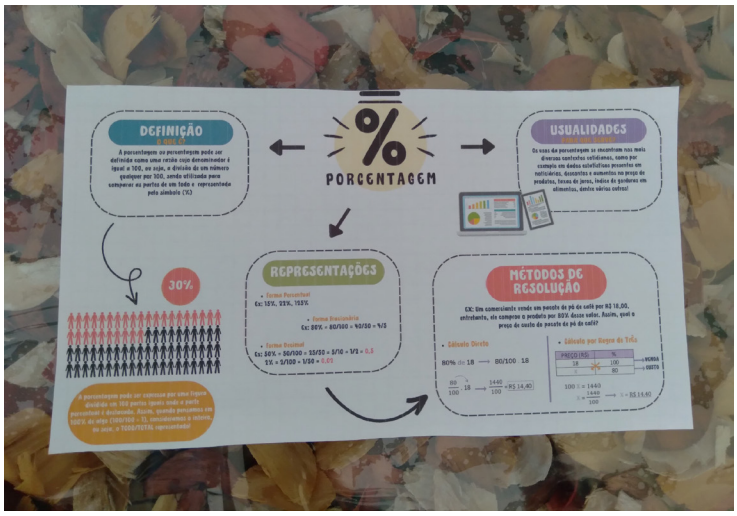
3.2 O mapa mental

Um outro interessante recurso pedagógico que pode ser aplicado ao contexto das aulas de matemática é o mapa mental, que tem como principal função facilitar a compreensão, a memorização e a gestão de informações, bem como, organizar e estruturar conhecimentos, podendo ser aplicado como uma forma de se resumir determinado conteúdo, elencar seus pontos principais e auxiliar na fixação de ideias, havendo amplas possibilidades para o seu uso. Assim, o mapa mental pode ser definido, segundo Zandomeneghi, Gobbo e Bonfiglio (2015, p. 14), como ``[...] um diagrama visual utilizado para registrar e organizar informações de forma que o cérebro processe os pensamentos, ideias ou fatos dispostos em torno de um tema central´´.

Dessa maneira, esse recurso se apresenta como uma possível eficaz ferramenta para professores e alunos, podendo ser usado e elaborado por ambos, para a estruturação, revisão, aprendizado e desenvolvimento de conteúdos matemáticos, por meio do CANVA que traz grandes possibilidades para a confecção de mapas mentais. Portanto, é apresentado a seguir um modelo de mapa mental produzido por meio da plataforma e que pode ser elaborado de forma dinâmica e intuitiva, tanto por docentes, quanto por educandos.

4.2.1 Modelo de mapa mental: um estudo de porcentagens

Figura 9 – Mapa mental impresso acerca do estudo de porcentagens.



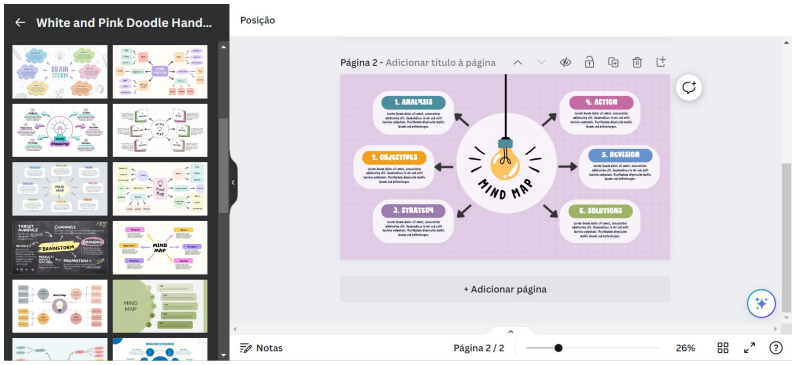
Fonte: autoria própria, 2023.

O mapa mental confeccionado como modelo aborda o conteúdo matemático de porcentagens e os seus principais aspectos trabalhados no 7° e 8° ano do Ensino Fundamental, abarcando a definição de porcentagem, os seus principais usos no cotidiano, as suas formas de representação e os principais métodos de resolução de problemas que envolvam porcentagens. Dessa forma, esse recurso pode ser elaborado pelo educador de maneira a contemplar os tópicos e reflexões realizadas em suas aulas acerca da temática, com uso voltado tanto para os estudantes quanto para si mesmo, como forma de revisar os principais pontos do conteúdo ou de se obter uma maior visualização dos conceitos trabalhados, mas, também, pode ser elaborado pelos próprios educandos e utilizado como uma forma de relembrar os principais aspectos estudados a respeito do tema e sistematizar seus estudos.

Dessa maneira, esse material foi confeccionado a partir de um modelo já existente disponível na plataforma CANVA, visto que

são disponibilizados diversos designs já finalizados que podem ser totalmente personalizados ou editados.

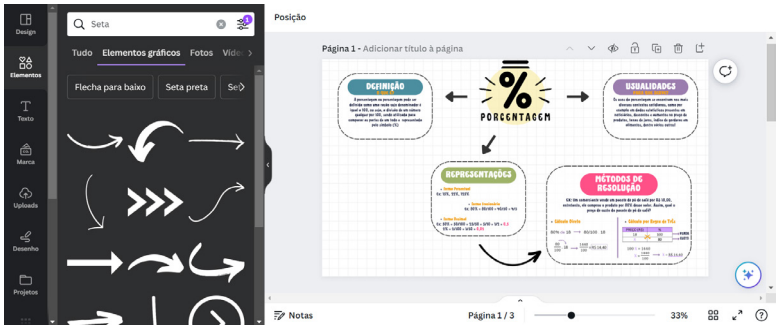
Figura 10 – Alguns modelos de mapas mentais disponíveis no CANVA.



Fonte: Canva.com, 2023.

Assim, o usuário deverá escolher algum dentre os diversos modelos existentes para personalizar de sua própria maneira adaptando-o ao conteúdo escolhido. Desse modo, o mapa mental localizado no centro da imagem acima foi o selecionado como base para o exemplo elaborado, sendo mantidos alguns elementos como: o formato básico dos balões de informação, a paleta principal de cores para os subtítulos, o plano de fundo quadriculado e alguns elementos da estrutura principal, a exemplo das setas de ligação e da ilustração da lâmpada. Depois, após serem realizadas algumas edições no modelo original, deverão ser adicionados aos balões de informação os conceitos, definições, exemplos e demonstrações que se pretende abordar a respeito do conteúdo de porcentagens, compondo assim a forma base do mapa mental.

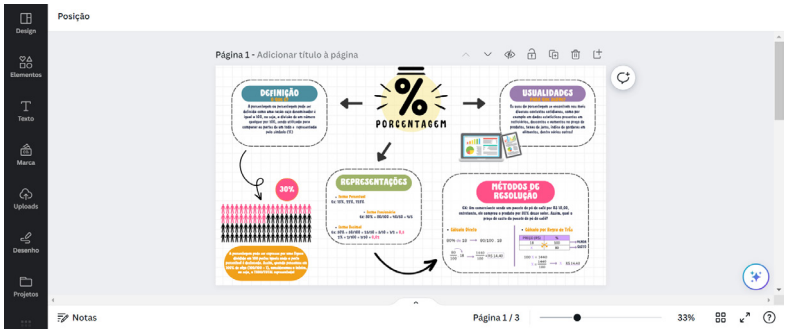
Figura 11 - Estrutura base do mapa mental de porcentagens.



Fonte: Canva.com, 2023.

Por último, buscando na aba de elementos, alguns recursos visuais podem ser aplicados ao mapa mental de acordo com a preferência do usuário, sendo funcionais para facilitar o entendimento mais amplo e visível do conteúdo.

Figura 12 – Mapa mental sobre o estudo de porcentagens finalizado.



Fonte: Canva.com, 2023.

Dessa maneira, o mapa mental a respeito de porcentagens já estará completo e poderá ser impresso e aplicado nas aulas de matemática, ou compartilhado e baixado digitalmente em diversos formatos, podendo ser facilmente elaborado por docentes e estudantes e seguramente utilizado no processo de ensino-aprendizagem da disciplina.

3.3 A linha do tempo

Outra ferramenta pedagógica muito interessante que pode ser utilizada nas aulas de matemática e trabalhar o contexto da história da disciplina é a linha do tempo, que se define como uma representação visual esquematizada de uma sequência cronológica de eventos de uma história ou período. A linha do tempo pode ser retratada horizontalmente ou verticalmente, sendo composta por datas que marcam a ocorrência de algum evento específico e descrições que descrevem esse determinado evento, também, podendo conter cabeçalhos que fornecem uma maior contextualização do evento e imagens para acrescentar informações e tornar a esquematização visualmente mais atrativa.

Dessa maneira, a linha do tempo se torna um excelente recurso para aprendizagem, ensino e gerenciamento, sendo funcional para registrar e localizar dados e eventos ao longo do tempo de forma organizada e prática e compreender e memorizar diversas informações de modo fácil e rápido. Um outro aspecto a se realçar acerca da linha do tempo, é que essa pode ser dinâmica, possibilitando ao usuário visualizar e manipular datas em tempo real, ou estática, em que todas as informações são apresentadas de uma vez e não mudam ou se movimentam, mantêm-se imóveis. Assim sendo, esse último tipo é o adotado para a confecção, por meio do CANVA, do modelo de linha do tempo que é apresentado adiante.

4.3.1 Modelo de linha do tempo: os sistemas de numeração utilizados ao longo da história

Figura 13 – Linha do tempo impressa acerca dos sistemas de numeração utilizados ao longo da história.

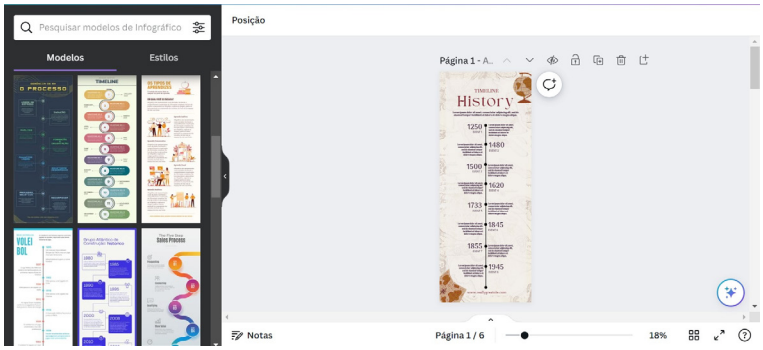


Fonte: autoria própria, 2023.

A linha do tempo matemática a respeito dos principais sistemas de numeração utilizados ao longo da história é um exemplo de linha do tempo verticalizada e de um recurso pedagógico muito funcional, principalmente, por apresentar aos estudantes um pouco mais do contexto histórico por trás dos conteúdos estudados na disciplina. Além disso, tem-se que esse material pode ser confeccionado e utilizado tanto por professores, quanto por estudantes, sendo bastante usual no 6° ano do Ensino Fundamental e trazendo um estudo acerca dos sistemas de numeração egípcio, babilônico, chinês-japonês tradicional, romano, maia e indo-arábico, sendo esse último, o atual sistema de numeração em vigor.

Assim, essa linha do tempo também foi um modelo de recurso elaborado a partir de um material já finalizado, visto que no CANVA há inúmeras possibilidades de linhas do tempo totalmente editáveis e personalizáveis.

Figura 14 – Alguns modelos de linhas do tempo verticais disponíveis no CANVA.

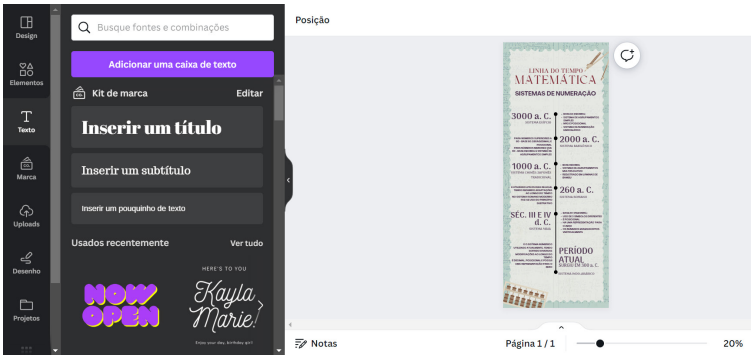


Fonte: Canva.com, 2023.

Depois, tendo sido escolhida alguma das opções de linhas do tempo verticais disponibilizadas pela plataforma, começará a etapa de personalização do projeto, que pode variar de cada usuário e das ideias e propostas que tiver. Isso posto, a linha do tempo escolhida como modelo foi a que está localiza no centro da imagem acima, sendo editados, inicialmente, a paleta de cores e os elementos visuais e o plano de fundo, que foram substituídos por outros que se relacionassem melhor à disciplina de matemática, sendo os elementos visuais substituídos por uma ilustração de um compasso e uma de um ábaco e o plano de fundo por um outro repleto de cálculos matemáticos diversos.

Posteriormente, para concluir o projeto da linha do tempo, o usuário deverá inserir o conteúdo de sistemas de numeração, editando as datas marcadas, as descrições e os títulos, assim, finalizando o material. Uma vez que o recurso estiver finalizado, o professor ou educando já o poderá imprimir ou compartilhar e baixar digitalmente em diversos formatos, podendo utilizar esse em seus estudos como uma ferramenta pedagógica funcional e diversificada.

Figura 15 – Linha do tempo finalizada acerca dos sistemas de numeração utilizados ao longo da história.



Fonte: Canva.com, 2023.

4 Considerações finais

Dessa forma, conclui-se por meio do estudo apresentado que o uso de materiais didáticos no contexto educacional é fundamental e extremamente efetivo para a construção de uma real aprendizagem e se faz indispensável nas aulas de matemática, principalmente, por suprir muitas das necessidades e superar grandes barreiras do ensino da disciplina. Afinal, o uso de métodos ativos como a utilização de recursos didáticos diversificados, acessíveis e inovadores é essencial para tornar mais atrativos, dinâmicos, concretos e significativos os processos educativos de ensino-aprendizagem da matemática. Assim, vê-se o quão efetiva pode ser a aplicação desses instrumentos pedagógicos inovadores e atrativos no contexto educacional matemático, atuando como ferramentas poderosas para um real aprendizado.

Também, percebe-se o quão satisfatório é a utilização da plataforma de design gráfico online CANVA para a confecção dos mais diversos recursos didáticos, possuindo uma gama ilimitada de possibilidades de criação, personalização, edição e compartilhamento de projetos criativos, que podem ser facilmente

elaborados por professores e estudantes e eficientemente aplicados nas aulas de matemática. Além disso, por meio do artigo, pôde-se observar diversas sugestões de recursos didáticos que podem ser confeccionados com o uso da plataforma CANVA, em que todos esses modelos de materiais podem ser modificados e adaptados de diversas maneiras e aos diversos conteúdos matemáticos e contextos de ensino existentes.

Dessa maneira, vê-se que o presente trabalho consegue apresentar uma maneira prática, acessível e simples de se produzir ferramentas pedagógicas eficazes aplicáveis ao processo de ensino da matemática, demonstrar e reafirmar o quanto se faz necessário a utilização de novos métodos de ensino para se superar os principais desafios enfrentados no aprendizado da disciplina e modificar a visão incompreensível, inacessível e enigmática de que muitos ainda têm acerca da mesma.

Referências

CANVA. Disponível em: <https://www.canva.com/>. Acesso em: 24 mar. 2023.

MELO, Claudiano Henrique da Cunha; LIMA, Claudiney Nunes de. *A importância dos jogos no ensino de Matemática no Ensino Fundamental II*. Revista Educação Pública, Rio de Janeiro, v. 22, n. 39, 18 out. 2022. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/22/39/a-importancia-dos-jogos-no-ensino-de-matematica-no-ensino-fundamental-ii>. Acesso em: 16 abr. 2023

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. *Dificuldades na Aprendizagem de Matemática*. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/viewcat.php?cid=80>. Acesso em: 16 abr. 2023.

SILVA, Carlos Bruno Cândido da; CUNHA, Roseana Cavalcanti da. *A matemática e o desinteresse dos alunos na escola atual*. Open Minds International Journal, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 36–46, 2020. Disponível em: <https://openmindsjournal.com/openminds/article/

view/15>. Acesso em: 15 ago. 2023
SILVA, Karen Caroline Nascimento Rodrigues da; VICTER, Eline das Flores. *O uso de materiais didáticos no processo de ensino-aprendizagem*. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7617_3455_ID.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2023.

TEIXEIRA, Ricardo Roberto Plaza; APRESENTAÇÃO, Katia Regina dos Santos da. *Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática*. Revista Linhas, Florianópolis, v. 15, n. 28, p. 302-323, jan./jun. 2014. Disponível: <http://dx.doi.org/10.5965/1984723815282014302>. Acesso em: 02 abr. 2023.

TUDO sobre linhas do tempo: o que é, como fazer e exemplos. Lucidchart. Disponível em: <https://www.lucidchart.com/pages/pt/linha-do-tempo#:~:text=Apresentada%20em%20formato%20horizontal%20ou,durante%20qualquer%20per%C3%ADodo%20de%20tempo.>. Acesso em: 12 set. 2023

ZALUSKI, Felipe Cavalheiro; OLIVEIRA, Tarcisio Dorn de. *Metodologias Ativas*: uma reflexão teórica sobre o processo de ensino e aprendizagem. CIET:EnPED, São Carlos, maio 2018. ISSN 2316-8722. Disponível em: <https://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2018/article/view/556>. Acesso em: 26 mar. 2023.

ZANDOMENEGHI, Ana Lucia Alexandre de Oliveira; GOBBO, André; BONFIGLIO, Simoni Urnau. *A utilização do mapa mental como ferramenta facilitadora no desenvolvimento da habilidade da escrita*. Revista Educação e Emancipação, [S. l.], p. 11–48, 2015. Disponível em: < https://periodicoseletronicos.ufma.br/index.php/reducacaoemancipacao/article/view/3915>. Acesso em: 20 ago. 2023.

TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA MATEMÁTICA: DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM COM FOCO EM PLATAFORMAS DE JOGOS, COM ÊNFASE NO JOGO ROBLOX

Hitalo Vamilton de Oliveira
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
hitalo1vamilton.oliveira@hotmail.com

Marcos Henrique Rodrigues Bianchini
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
Marcoshrb13@gmail.com

Profa Ms. Ananda Kainne Oliveira Domenegueti
Mestre em Matemática e Docente do Uni-FACEF
ananda163@hotmail.com

Resumo: Este artigo explora a aplicação das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) na educação matemática, focando no desenvolvimento do raciocínio no processo de ensino e aprendizagem. Iniciando com uma visão histórica dos jogos eletrônicos desde 1958, passando pela evolução dos Computadores Gamers e chegando à atualidade, o texto destaca a relevância dessas tecnologias na educação. O enfoque principal reside na transformação do ensino de matemática, utilizando a plataforma de jogos Roblox como ferramenta pedagógica. Utilizando de uma análise de uma pesquisa realizada em uma escola pública federal, feita por estudantes da universidade federal do Rio Grande do Sul, destacando o uso de jogos digitais para aprimorar habilidades cognitivas dos alunos. Os resultados indicam melhorias na concentração, habilidade de adaptação cognitiva e contribuições positivas para o desenvolvimento integral. O estudo enfatiza a importância da integração de jogos digitais no ambiente escolar, sugerindo que essa abordagem inovadora pode superar possíveis dificuldades nas funções cognitivas, tornando o ambiente de aprendizado mais lúdico e motivador. A utilização do Roblox no ensino de matemática é proposta como uma estratégia promissora para o século XXI, proporcionando experiências de aprendizado dinâmicas que estimulam a curiosidade e o pensamento crítico. O artigo conclui ressaltando a necessidade de computadores nas escolas para viabilizar essa proposta de aula e destaca o potencial do Roblox como uma ferramenta inovadora na interseção entre a matemática e a tecnologia.

1 Introdução

No ano de 1958, um físico visionário chamado Willy Higinbotham deu vida ao que hoje consideraríamos o "big bang" dos jogos eletrônicos: o Tennis Programing, um humilde jogo de tênis que lançou as bases para uma revolução tecnológica e cultural que abalou o mundo. À medida que o tempo avançava, os fliperamas, exemplificados pelo icônico Computer Space de 1971, evoluíam para uma forma primitiva dos computadores modernos dedicados aos jogos. Em 1972, a Atari fez história com o lançamento do Pong, um jogo que, apesar de suas origens modestas, fomentou conflitos devido a semelhanças com o Tennis Programing. (ARANHA, 2004).

No entanto, a verdadeira diversidade e inovação começou a florescer quando a Nintendo apresentou o lendário Donkey Kong, um jogo que revelou aos jogadores um gorila obstinado e um carpinteiro corajoso, marcando o início de uma jornada repleta de personagens icônicos e aventuras inesquecíveis.

À medida que a década de 1990 se desenrolava, o aclamado Mortal Kombat fez sua entrada triunfante com gráficos digitalizados e uma violência que repercutiu pelo panorama dos jogos eletrônicos, a ponto de atrair a atenção de um senador preocupado. A polêmica que se seguiu gerou debates sobre os impactos da violência nos jogos, resultando em investigações sobre seu efeito na sociedade.

No cenário tridimensional, em 1993, o jogo Virtua Fighter surgiu como um pioneiro, inaugurando uma nova era de jogos 3D que desafiaria os limites da imaginação e da tecnologia.

Assim, essa rica feitoria de eventos e inovações marcou apenas o começo da emocionante jornada dos jogos eletrônicos, que continua a se expandir e surpreender até os dias de hoje. Neste artigo de referências bibliográficas exploraremos não apenas a evolução dos jogos, mas também a ascensão da tecnologia que abriga muitos deles, os Computadores Gamers (PC gamers), com

seus vários programas sendo um deles o Roblox. Além disso, discutiremos como essas máquinas versáteis se tornaram o epicentro não apenas dos jogos, mas também das atividades diárias, abrindo as portas para um mundo de possibilidades inexploradas. (ARANHA, 2004).

Em um mundo onde a tecnologia se torna cada vez mais presente, é inegável que os jogos eletrônicos ocupam um espaço significativo na vida de jovens. onde multidões deles pagam um monte de dinheiro para se envolverem em uma atividade que é difícil, longa e complexa, como constatou James Paul Gee (2003, 2007). Crescendo imersos nesse universo, muitas vezes nos deparamos com a visão convencional de que os jogos não contribuem para o desenvolvimento pessoal e educacional. Contudo, ao ingressarmos na faculdade, nos deparamos com a intrigante abordagem pedagógica conhecida como "gamificação".

Ao explorarmos essa metodologia, percebemos uma oportunidade única de unir nossa afinidade natural com jogos eletrônicos a um propósito educacional. Diante desse cenário, surge a ideia de explorar um jogo específico que, surpreendentemente, oferece possibilidades para atividades construtivas e educativas. Propomos, assim, desafiar a narrativa convencional de que os jogos são meramente recreativos e desprovidos de valor educacional.

O objetivo central deste artigo é investigar e apresentar como a gamificação, utilizando um jogo específico como plataforma pedagógica, pode se tornar uma ferramenta eficaz para estimular o aprendizado e, ao mesmo tempo, desmistificar os estigmas associados aos jogos eletrônicos. Buscamos demonstrar que é possível alinhar o prazer inerente aos jogos com atividades educativas, incentivando o desenvolvimento de habilidades cognitivas, sociais e criativas em crianças.

Além disso, este estudo pretende contribuir para a construção de uma ponte entre o mundo dos jogos e a educação, proporcionando benefícios tangíveis para o desenvolvimento

intelectual e emocional das futuras gerações.

2 Jogos e TICs na educação: perspectivas transformadoras e abordagens inovadoras para o desenvolvimento educacional

Vários pensadores têm abordado a metodologia de jogos (game-based learning) e as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no contexto da educação e do desenvolvimento. Aqui estão alguns pensadores relevantes nesse campo:

Jane McGonigal: designer de jogos e autora, McGonigal é uma defensora entusiasta do potencial positivo dos jogos. Seu livro "Reality is Broken" explora como os princípios dos jogos podem ser aplicados para resolver problemas do mundo real. (McGonigal, J. (2011))

Marc Prensky: cunhou o termo "nativos digitais" para descrever a geração que cresceu imersa em tecnologias digitais. Ele discute como a educação pode ser adaptada para melhor envolver esses alunos usando TICs e metodologias de jogos. (Prensky, M. (2001)

Gee e Elisabeth Hayes: em conjunto com James Paul Gee, Hayes é coautora de trabalhos que exploram as implicações educacionais dos jogos e como os professores podem integrar eficazmente os princípios dos jogos em sala de aula. (Gee, J. P., & Hayes, E. (2011))

Podemos destacar aqui um pensador que se mostrou compatível com o tema deste artigo, James Paul Gee. É um linguista cognitivo conhecido por seu trabalho em game-based learning. Ele argumenta que os videogames podem ser poderosas ferramentas educacionais, pois oferecem oportunidades para os jogadores desenvolverem habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico. (Gee, J. P. (2003))

Gee é um renomado pesquisador e teórico da educação, conhecido por suas contribuições no campo da aprendizagem,

linguagem e tecnologia. Suas obras mais influentes abordam a relação entre jogos, aprendizagem e identidade. Alguns dos conceitos-chave associados a James Paul Gee incluem:

Linguagem e Identidade: examina como a linguagem e a identidade estão entrelaçadas no processo de aprendizagem. Ele argumenta que o uso da linguagem não é apenas uma ferramenta cognitiva, mas também um meio crucial para a construção de identidade. Sua abordagem destaca a importância de considerar o contexto social e cultural no qual a aprendizagem ocorre.

Teoria dos Jogos e Aprendizagem: Gee é conhecido por promover a ideia de que os videogames podem ser poderosas ferramentas de aprendizagem. Ele sugere que os jogos oferecem ambientes complexos nos quais os jogadores enfrentam desafios, resolvem problemas e interagem com sistemas complexos. Essas experiências, segundo Gee, podem promover formas avançadas de aprendizagem, incluindo a aprendizagem situada e a aprendizagem distribuída.

Aprendizagem Situada e Aprendizagem Distribuída: Gee enfatiza a importância da aprendizagem situada, que ocorre quando os alunos aprendem em contextos autênticos e relevantes para suas vidas. Ele também discute a aprendizagem distribuída, que ocorre quando o conhecimento é distribuído por diferentes fontes e não está centralizado em uma única pessoa ou local.

Identidades Múltiplas e Aprendizagem: Gee propõe que a aprendizagem é mais eficaz quando os alunos podem assumir "identidades múltiplas", ou seja, quando têm a oportunidade de desempenhar papéis variados em diferentes contextos de aprendizagem. Isso está relacionado à ideia de que a aprendizagem é mais significativa quando os alunos podem se envolver ativamente em comunidades de prática.

No que diz respeito à tecnologia da informação e comunicação (TICs), Gee argumenta que essas ferramentas podem ser integradas de maneira eficaz na educação para apoiar

a aprendizagem. Ele destaca a importância de abordar as TICs não apenas como ferramentas, mas como práticas culturais e sociais que moldam a forma como aprendemos e nos engajamos com o conhecimento.

Em resumo, James Paul Gee influenciou significativamente a teoria educacional, destacando a importância da linguagem, identidade, jogos e TICs no processo de aprendizagem. Suas ideias têm implicações práticas para educadores que buscam abordagens inovadoras e eficazes para a instrução.

3 A transformação do ensino de Matemática: utilizando a tecnologia do Roblox

A matemática, nos dias atuais, permanece como uma das matérias mais temidas por muitos estudantes, sendo frequentemente associada a dificuldades e desafios significativos. No entanto, como apresentado anteriormente, têm sido desenvolvidas abordagens inovadoras que buscam tornar-se o ensino da matemática mais acessível e envolvente ao longo dos anos. Duas dessas metodologias que merecem destaque são a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC's) e o uso de jogos como ferramentas pedagógicas. (BAUMGARTEL, 2016)

Estas abordagens inovadoras têm o potencial de tornar as aulas de matemática mais atrativas, instigando a curiosidade dos estudantes, especialmente ao utilizar programas e jogos disponíveis em computadores. Dado que a maioria das escolas dispõe de computadores, a integração da tecnologia e dos jogos no ensino da matemática se torna uma alternativa promissora.

A onipresença dos computadores nas escolas oferece uma oportunidade única para unir essas duas abordagens. Ao introduzirmos jogos interativos na sala de aula, podemos aliar diversão e aprendizado, uma vez que, como veremos adiante, essas abordagens podem desempenhar um papel fundamental no

processo de ensino. Um exemplo notável de jogo que pode ser incorporado ao ensino de matemática é o Roblox.

Figura 1 – Representação do Roblox



Fonte: TechTudo

3.1 O potencial educativo do Roblox:

O Roblox é uma plataforma de jogos gratuita que foi lançada em 2004. Este projeto é notável por seu rápido desenvolvimento e pela vasta comunidade de criadores que contribuem com inúmeros jogos. Embora muitos desses jogos sejam voltados para o entretenimento, existe uma categoria que se destaca por incorporar desafios matemáticos, que envolvem cálculos e resolução de problemas. Para aqueles que desejam criar seus próprios jogos, a ferramenta Roblox Studio se apresenta como uma opção viável.

Figura 2 – Representação do Roblox Studio



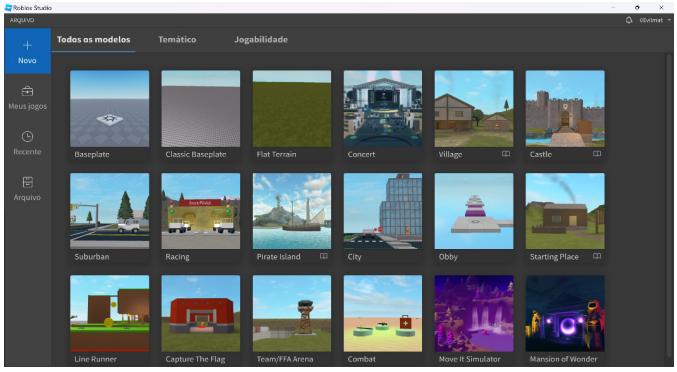
Fonte: autoria própria

O Roblox Studio é uma ferramenta versátil que permite a criação de jogos personalizados. Para os educadores que buscam incorporar a matemática de maneira lúdica e interativa, esta plataforma oferece uma gama de possibilidades. Ao iniciar um projeto no Roblox Studio, os usuários são apresentados às ferramentas essenciais para a construção do mundo virtual.

Uma das funcionalidades essenciais é a capacidade de modelar objetos tridimensionais. Por exemplo, ao selecionar um terreno, os criadores podem moldar o ambiente onde os estudantes realizarão atividades matemáticas. O uso de cubos e objetos 3D permite a exploração de conceitos como volume e geometria espacial. Os tamanhos e as dimensões dos objetos podem ser personalizados, proporcionando uma abordagem prática para o ensino de matemática.

Ao iniciar a plataforma já começa mostrando as possíveis formas de construir um mundo (figura 3). Podemos selecionar qualquer um, mas de preferência os que não contém nenhum tipo de construção.

Figura 3 – Tela inicial

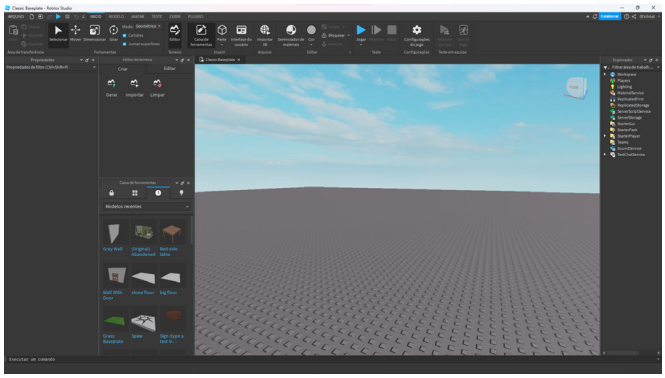


Fonte: autoria própria

Após selecionar o mundo essa será a visão inicial (figura 4), com isso podemos selecionar os objetos que se encontram no

lado inferior esquerdo.

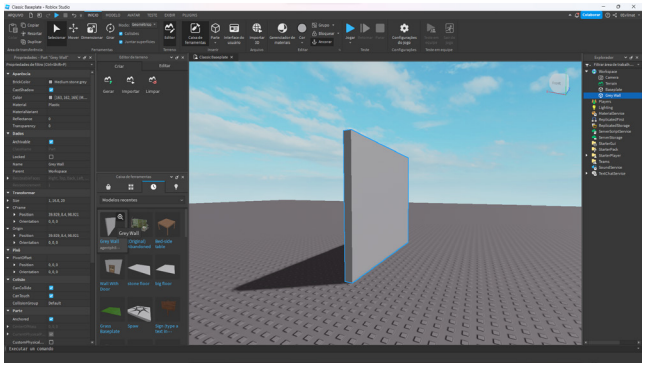
Figura 4 – Tela do mundo



Fonte: autoria própria

Ao clicar na grey wall (parede cinza) ela aparecera como na imagem abaixo (figura 5), e também aparecerá a aba para configurar essa parede no lado esquerdo e nela terá uma repartição que tem o nome de transformar, onde encontraremos a função Size (tamanho) como podemos ver o objeto parece uma parede, mas a ideia é usar cubos, então como vamos fazer isso?

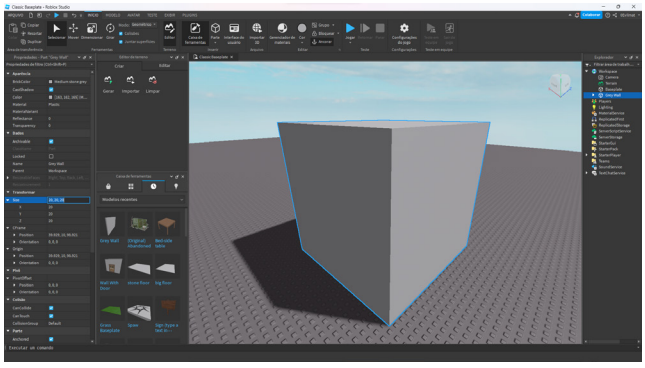
Figura 5 – Aba de objetos



Fonte: autoria própria

Ao selecionarmos a função size, ela se expandirá e surgira o famoso x,y,z conhecidos também como comprimento, largura e altura. Com isso podemos deixar o objeto parecendo um cubo (figura 6). Pode perceber que os valores são 20x, 20y, 20z. Poderia ser qualquer valor, mas para melhor entendimento optamos por 20 que deixara o cubo bem visível.

Figura 6 – Aba de modificação de objeto

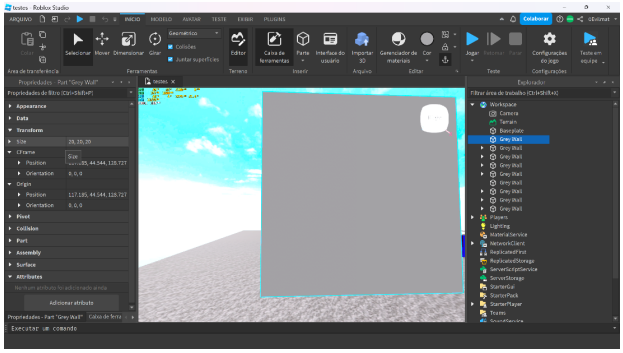


Fonte: autoria própria

3.2 Explorando a Dimensão Matemática:

No contexto do Roblox Studio, as dimensões (comprimento, largura e altura) de objetos tridimensionais podem ser claramente definidas. Por exemplo, ao configurar um objeto com dimensões 20x20x20, estamos especificando o tamanho (Y), comprimento (Z) e largura (X) do objeto, que pode também ser descrito como (20,20,20). Isso se torna uma oportunidade para abordar conceitos de geometria e álgebra de forma prática e envolvente.

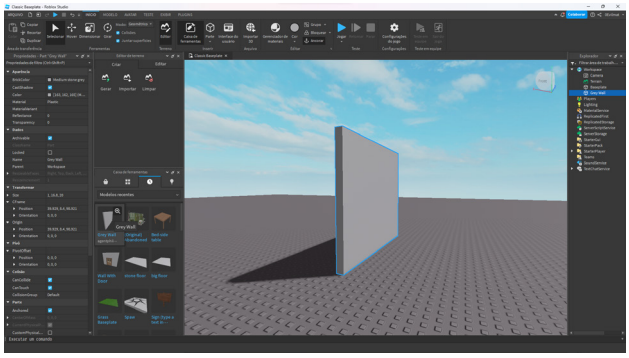
Figura 7 – Aba de todos os objetos no mundo



Fonte: autoria própria

Utilizando esses cubos para introduzir o cálculo de volume, que é trabalhado na habilidade (EF07MA30) do caderno currículo paulista do estado de São Paulo - resolver e elaborar situações problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico) - onde, muitas das vezes, só usamos desenhos na folha, então trazemos um possível software, mas pode ser outro parecido como por exemplo o Minecraft. Com isso usamos a plataforma Roblox para introduzir esta ideia de volume como o exemplo a seguir com um cubo 2x2x2 (figura 8).

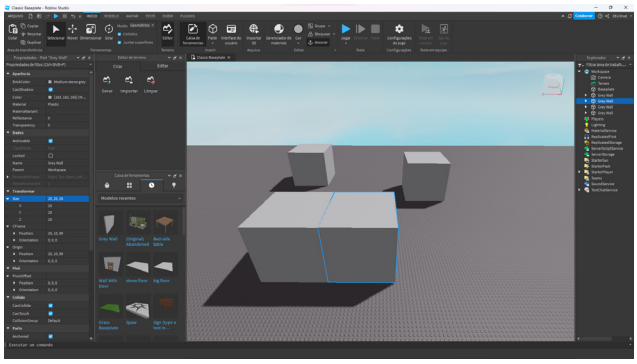
Figura 8 – Cubo pronto



Fonte: autoria própria

Sabemos que para calcular o volume devemos pegar a área e multiplicar pela altura então na plataforma que estamos mexendo basta pegar os cubos ao clicar e pressionar com o mouse podemos mexer eles e colocar de forma que fique 2 cubos de comprimento (figura 9), 2 cubos de largura (figura 10) e 2 cubos de altura (figura 11).

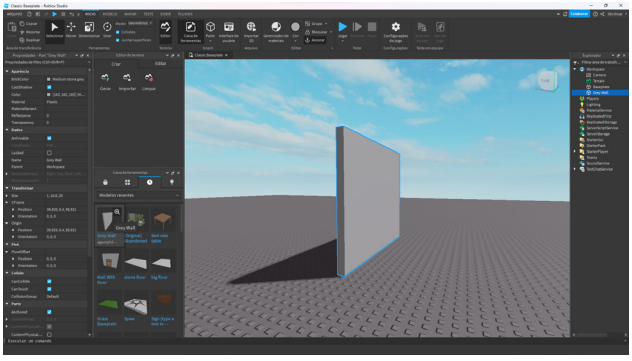
Figura 9 – Cubinhos



Fonte: autoria própria

Lembrando que esses cubinhos será o nosso 1 metro ou uma unidade padrão onde eles farão parte da figura final, ou seja, não necessariamente os cubinhos vão ser a forma final.

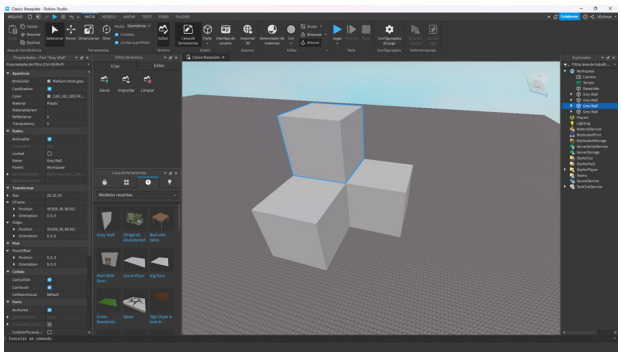
Figura 10 – Formando a base do cubo



Fonte: autoria própria

Usando a ideia do parágrafo anterior e ao observarmos as figuras 10 e 11 também poderíamos fazer pirâmides ou até mesmo circunferências lembrando que o limite seria a nossa imaginação.

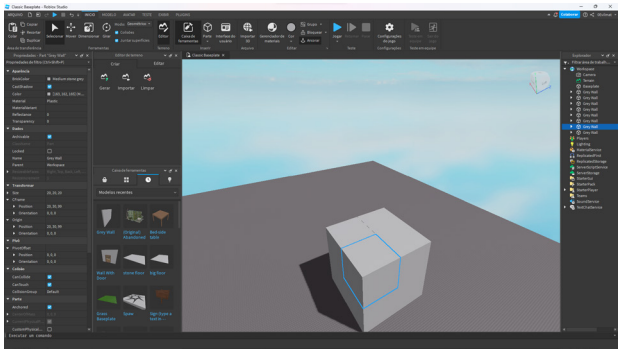
Figura 11 – Altura do cubo



Fonte: autoria própria

Para fazermos tantos cubos podemos copiar e colar, assim fazendo vários objetos iguais, com isso temos a largura, o comprimento e a altura, mas não temos um cubo completo, então devemos concluir o cubo (figura 12), ela não parece o cubo da figura 8 pois ele tem partes coloridas, para fazer isso temos que ir à função color (cor) para mudar as cores do cubo.

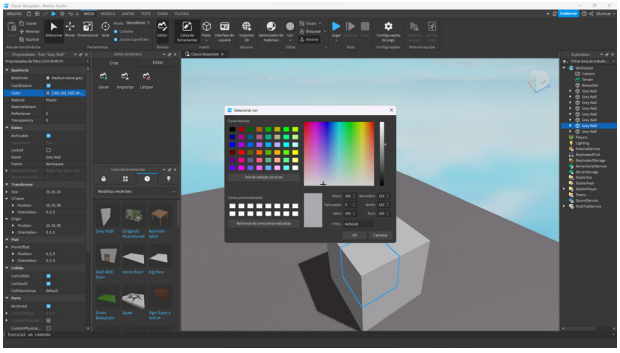
Figura 12 – Cubo



Fonte: autoria própria

Com está função aberta (figura 13) podemos deixar os cubos de qualquer cor basta selecionar o cubo que deseja mudar a cor.

Figura 13 – Colorindo o cubo



Fonte: autoria própria

Com está função aberta (figura 13) podemos deixar os cubos de qualquer cor basta selecionar o cubo que deseja mudar a cor.

Sabendo dessas funcionalidades podemos propor aos estudantes que construam uma figura com volume com esses cubos de tamanho 20, podendo ser cubos, paralelepípedos, ou seja, ao fazerem essas figuras eles já vão ver como funciona o cálculo de volume, mas também poderia ser trabalhado simetria, vistas ortogonais, ou seja, na área da geometria podemos ver o seu básico ou até mesmo o avançado.

4 Resultados de pesquisas realizadas com jogos digitais

De acordo com uma pesquisa realizada por **Daniela Karine Ramos e Fabio Rafael Segundo - estudantes da** Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Faculdade de Educação - em um Colégio de Aplicação - uma escola pública federal vinculada a Universidade Federal de Santa Catarina, que atende um público

bem diversificado, pois o acesso dos alunos nessa escola ocorre por sorteio, no qual qualquer pessoa pode inscrever seus filhos, respeitando as idades e documentação exigida - vemos uma abordagem do uso de jogos digitais como ferramenta educacional nas escolas, com foco específico no aprimoramento da atenção e flexibilidade cognitiva dos alunos. Foi utilizada uma plataforma digital criada pela Escola do Cérebro que integra jogos cognitivos a uma base de dados, permitindo o acompanhamento do desempenho dos jogadores e volta-se para o público infantil no qual a plasticidade cerebral tem grande expressividade, favorecendo a formação de novas conexões e a reorganização de funções cerebrais. (Oda et al., 2002 p. 173).

A pesquisa realizada explora como a integração desses jogos no ambiente escolar pode beneficiar o desenvolvimento cognitivo, proporcionando uma abordagem inovadora para o ensino. Os resultados obtidos destacam as potenciais melhorias na capacidade de concentração e na habilidade de adaptação cognitiva dos estudantes, sugerindo que os jogos digitais podem ser uma ferramenta eficaz para promover o engajamento e o aprendizado ativo.

O estudo destaca contribuições positivas no uso de jogos digitais para aprimorar habilidades cognitivas, especialmente as funções executivas, como repetição de ações para melhor desempenho, análise de situações, planejamento de estratégias e tomada de decisões. Embora diversas pesquisas já tenham demonstrado essas contribuições em crianças e adultos, o contexto escolar ainda carece de propostas que explorem esses benefícios.

O uso de jogos digitais na escola é sugerido como uma maneira de diversificar as atividades educacionais, promovendo um desenvolvimento mais integral. Essa abordagem pode compensar possíveis dificuldades nas funções cognitivas, contribuindo para melhores condições de aprendizado. A introdução de recursos tecnológicos e jogos na sala de aula também pode tornar o ambiente

de aprendizado mais lúdico e motivador.

O estudo reconhece as dificuldades na mensuração das funções executivas, atribuindo-as a fatores como maturação biológica e experiências escolares. A pesquisa adotou uma abordagem quase-experimental para isolar os efeitos das intervenções com jogos, embora as rotinas escolares tenham influenciado a definição de grupos participantes e de controle. Os resultados, apresentados quantitativamente, são considerados indicadores de melhora na atenção e flexibilidade cognitivas, com validação qualitativa por meio de observações e relatos das crianças.

Por fim, o estudo destaca que os resultados indicam uma alternativa para o uso de jogos digitais na escola, potencialmente contribuindo para o processo de ensino-aprendizagem e para a integração das tecnologias digitais no ambiente escolar. O acesso aos jogos por meio de um aplicativo motivou as crianças a utilizarem tablets com objetivos educacionais específicos, indo além do entretenimento.

Um outro estudo feito por James Paul Gee (2009) discute a ideia de que bons videogames incorporam princípios eficazes de aprendizagem, apoiados por pesquisas em Ciência Cognitiva. Destaca-se a importância da identidade, seja ela herdada ou construída, como um fator central nesse processo. A interação é sublinhada como um componente fundamental, indicando a necessidade de ambientes educacionais interativos que respondam às ações dos alunos. Além disso, o princípio da produção enfatiza que os alunos devem assumir um papel ativo na construção do conhecimento, espelhando a participação dos jogadores na co-criação dos jogos.

A abordagem de riscos nos videogames, reduzindo as consequências das falhas para incentivar a exploração, destaca a necessidade de um ambiente escolar que proporcione espaço para o risco e experimentação. Princípios como customização, agência e boa ordenação dos problemas defendem currículos

personalizáveis, uma sensação de controle sobre o aprendizado e uma organização eficaz dos desafios de aprendizagem.

Outro conjunto de princípios ressalta a importância do equilíbrio entre dificuldade e sucesso, o timing na entrega de informações, a contextualização de significados na escola e a promoção do pensamento sistêmico. Exploração, pensamento lateral e revisão de objetivos são destacados como elementos essenciais para uma abordagem flexível e exploratória na educação. O conceito de "frustração prazerosa" sublinha a necessidade de manter os alunos dentro do "regime de competência" para oferecer desafios motivadores. Além disso, o artigo propõe uma abordagem orientada para a performance inicial na aprendizagem escolar, permitindo desempenho antes da competência total. A utilização de ferramentas inteligentes e o reconhecimento do conhecimento distribuído são sugeridos como elementos valiosos, assim como a promoção da colaboração e da compreensão transfuncional por meio de equipes. O artigo conclui com a pergunta de como tornar a aprendizagem mais semelhante aos videogames, utilizando esses princípios de aprendizagem de forma reflexiva e estratégica.

5 Considerações finais

Como podemos observar, o aumento da tecnologia, o seu lugar no mercado de trabalho e até mesmo a presença no nosso cotidiano mostra que o uso dos PC’s está cada vez mais forte. Então, por que não começar desde cedo essa familiarização do uso de computadores e seus diversos softwares?

Com o intuito de viabilizar esta proposta de aula, torna-se essencial a presença de computadores nas escolas, permitindo que os alunos tenham acesso ao Roblox Studio e explorem suas funcionalidades. A capacidade dos computadores escolares atuais em executar esse programa elimina a necessidade de melhorias nesse sentido.

Adicionalmente, a plataforma proporciona uma vasta gama de ferramentas que podem ser empregadas para criar desafios matemáticos e enigmas, incentivando os estudantes a aplicarem seus conhecimentos matemáticos na resolução de problemas dentro do ambiente do jogo.

Em síntese, a utilização do Roblox como uma ferramenta pedagógica no ensino de matemática representa uma abordagem inovadora, com o potencial de tornar essa disciplina menos intimidante e mais cativante para os estudantes. Ao tirar proveito da tecnologia e dos jogos interativos, os educadores podem forjar experiências de aprendizado dinâmicas que estimulam a curiosidade e o pensamento crítico. Assim, a exploração da interseção entre a matemática e a tecnologia do Roblox emerge como uma estratégia promissora para o ensino da matemática em um futuro próximo, ou seja, a partir dessa ideia, podemos, futuramente, aplicar essa atividade em sala de aula e observar os seus resultados.

Referências

ARANHA, Gláucio. *O processo de consolidação dos jogos eletrônicos como instrumento de comunicação e de construção de conhecimento.* Ciências e cognição, 2004. Disponível em: <https://www.cienciasecognicao.org/pdf/m34421.pdf> Acesso em: 08 mar. 2023.

ARAÚJO, Iracema Rezende de Oliveira. *A utilização de lúdicos para auxiliar a aprendizagem e desmistificar o ensino da matemática.* 2000. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/78563/178530.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 08 mar. 2023.

BAUMGARTEL, Priscila. *O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática.* XX EBRAPEM, 2016. Disponível em: <http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_priscila_baumgartel.pdf> Acesso em: 08 mar. 2023.

EPRAJA. *Videogame: Uma jornada épica pelo universo dos jogos eletrônicos.* Disponível em: <https://epraja.com.br/videogame-uma-jornada-epica-pelo-universo-dos-jogos-eletronicos/>. Acesso em: 30 out. 2023.

GEE, James Paul. *What video games have to teach us about learning and literacy?* New York: Palgrave Macmillan, 2003.

GEE, J. P., & HAYES, E. (2011). *Language and learning in the digital age*. Routledge.

MCGONIGAL, J. (2011). *Reality is broken: Why games make us better and how they can change the world*. Penguin.

ODA, Juliano Yasuo et al. *Plasticidade e Regeneração Funcional do Sistema Nervoso: contribuição ao estudo de revisão.* Arquivos de Ciências da Saúde UNIPAR, Umuarama, v. 6, n. 2, p. 171-176, 2002., Acesso em: 11 jun. 2023.

PRENSKY, M. (2001). *Digital natives, digital immigrants part 1.* On the Horizon, 9(5), 1-6.

RAMOS, *Daniela Karine; SEGUNDO, Fabio Rafael. Jogos Digitais na Escola: aprimorando a atenção e a flexibilidade cognitiva*. SciELO. Abr-Jun 2018. Disponível em: <SciELO - Brasil - Jogos Digitais na Escola: aprimorando a atenção e a flexibilidade cognitiva Jogos Digitais na Escola: aprimorando a atenção e a flexibilidade cognitiva> Acesso em: 11 jun. 2023

ROBLOX. *Informações sobre a empresa Roblox.* 2018. Disponível em: <https://en.help.roblox.com/hc/pt-br/articles/203313370-Informa%C3%A7%C3%B5es-Sobre-a-Empresa-Roblox#:~:text=A%20Roblox%20foi%20fundada%20em%202004> Acesso em 06 mar. 2023.

A ESTRUTURA DAS ESCOLAS PÚBLICAS EM UMA CIDADE DO INTERIOR PAULISTA: QUAL A INFLUÊNCIA NO APRENDIZADO DOS ALUNOS

Laura Pires de Matos
Licencianda em Matemática – Uni-FACEF
laurapmatos0809@gmail.com

Profa Dra. Sílvia Regina Viel
Doutora em Educação Matemática e Docente do Uni-FACEF
silviarviel@gmail.com

1 Introdução

O tema da estrutura física e pedagógica das escolas é de extrema importância no atual contexto educacional, onde se discute cada vez mais a necessidade de uma formação mais integrada, humanizada e tecnológica. Com a rápida evolução tecnológica e as mudanças do mundo, é fundamental repensar a estrutura das escolas para garantir a formação de cidadãos mais preparados para o futuro. Além disso, é importante considerar que a estrutura das escolas tem impacto direto na qualidade da aprendizagem dos alunos. Uma estrutura com espaços físicos de qualidade, recursos tecnológicos e metodologias de ensino inovadoras, pode contribuir significativamente para o desenvolvimento acadêmico e socioemocional dos estudantes.

Um espaço que pode ser considerado eficiente dentro de uma instituição de ensino, por exemplo, é um laboratório de ensino de Matemática, onde a disciplina pode ser trabalhada de forma diferenciada e eficiente com os alunos, visto que o ensino de Matemática é primordial para a formação dos indivíduos e para o uso em seus cotidianos.

Além da estrutura física também serão analisadas as práticas pedagógicas utilizadas no processo de ensino-aprendizagem, investigando as estratégias adotadas pelas escolas

para melhorar suas estruturas pedagógicas e físicas, bem como barreiras enfrentadas nesse processo. A realização desse trabalho se mostra como uma iniciativa relevante para garantir uma educação mais eficiente, inclusiva e capaz de atender as demandas da sociedade contemporânea. O resultado dessa pesquisa poderá contribuir para a melhoria de qualidade do ensino para a adequação das escolas à realidade do mundo contemporâneo.

O trabalho foi estruturado da seguinte forma, na primeira sessão discorreu-se sobre a estrutura física das escolas, abordando como deve ser considerada uma parte importante e primordial para que a formação efetiva dos estudantes aconteça.

Na sessão seguinte tratou-se sobre a estrutura pedagógica das escolas, por meio da qual foi possível evidenciar como essa, relacionada aos aspectos prediais das instituições escolares, pode garantir um ensino de qualidade a todos os alunos.

2 Estrutura física: parte importante da educação e da escola

A educação faz parte da vida de todos os indivíduos desde a infância. Nos tempos antigos a educação já existia, ainda que de uma forma diferente daquela vista atualmente. De acordo com Amancio, Oliveira e Oliveira (2021) nos primórdios, por exemplo, existiam poucas instituições de ensino e, na maioria dos casos a educação era feita em casa com o intermédio dos pais, porém, com o passar do tempo surgiram as instituições de ensino, que foram se adequando a sociedade de cada época até chegar à forma como se vê.

A educação formal refere-se ao processo de ensino realizado em instituições como escolas, faculdades e universidades, que seguem um currículo estruturado e são oficialmente reconhecidas pelo governo. Ela é baseada na transmissão de conhecimentos e habilidades por meio de disciplinas ou áreas de estudo específicas, com a intenção de preparar os alunos para o

mercado de trabalho ou para o ensino superior.

A educação formal é caracterizada pela presença de um professor que planeja e ministra as aulas, uma sala de aula física onde ocorre a instrução e a presença de um sistema de avaliação que determina o progresso e o desempenho dos alunos. Além disso, é comum que haja a emissão de certificados e diplomas ao final do curso, comprovando a conclusão do nível de ensino.

A educação formal busca fornecer aos alunos uma base sólida de conhecimentos em diversas áreas do saber, visando desenvolver habilidades cognitivas, sociais e emocionais. Ela utiliza métodos didáticos estruturados e uma sequência lógica de aprendizado, permitindo aos alunos adquirirem conhecimentos de forma progressiva e integrada.

Já a educação informal refere-se ao aprendizado que ocorre fora do ambiente escolar, por meio de experiências cotidianas, interações sociais, mídias e tecnologias. Ela engloba aprendizados informais e não planejados, que não seguem um currículo pré-determinado, mas que proporcionam conhecimento e desenvolvimento pessoal.

A educação formal e a educação informal são complementares, uma vez que ambas contribuem para o aprendizado e formação dos indivíduos. Enquanto a educação formal oferece uma estrutura e um conhecimento sistemático, a educação informal permite a aplicação prática desse conhecimento em situações da vida real.

Apesar de ser realizada primeiramente nas residências a necessidade de um espaço apropriado para a sua prática foi um fator que influenciou a criação e o surgimento das instituições de ensino, para assim garantir uma aprendizagem aos alunos (Santos; Capellini, 2021).

Nesse sentido, vale destacar que aperfeiçoar a disponibilidade da educação é um objetivo contínuo dos sistemas educacionais. De acordo com Artigo 3˚, inciso IX, da Lei de

Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) no 9.394/96, o ensino será ministrado tendo como base a garantia de padrão de qualidade (Brasil, 1996). E isso requer que a estrutura escolar seja constantemente adequada e melhorada para atender os alunos e garantir um processo de ensino-aprendizagem eficaz.

É importante citar que essas melhorias no espaço educacional ocorrem devido a interação entre a escola e a comunidade, prezando um ambiente organizado e seguro, um clima escolar positivo, um trabalho em equipe, e uma gestão democrática e participativa, bem como expectativas positivas e metas de aprendizagem bem estabelecidas.

Um sistema educacional totalmente funcional deve ter algumas características: entrada de recursos financeiros para manter o sistema em plena atividade; admissão de alunos de maneira que não haja falta, excesso de vagas e atendimento de 100%; currículos e programas atualizados; qualificação adequada para os docentes; índice de desempenho dos estudantes, respeitando suas limitações;

Segundo Soares Neto et al. (2013) um exame superficial sobre nossa realidade educacional levará à conclusão de que estamos longe de um funcionamento do sistema escola que se aproxime do quadro acima descrito, esta situação vem de erros acumulados desde um ano distante, por falta de visão e planejamento, mas também por ser um país em desenvolvimento. “A necessidade de políticas públicas que visem a diminuir as discrepâncias e promover condições escolares mínimas para que a aprendizagem possa ocorrer em um ambiente escolar mais favorável”. (Soares Neto., 2013, p. 97).

A estruturação do tempo e dos ambientes nas escolas é estabelecida pelo ser humano ao longo da história e, portanto, reflete as relações sociais que existem e se estabelecem neles. Podemos considerar a possibilidade de modificar a organização física das escolas para que se tornem espaços que promovam

o crescimento e formação das crianças, respeitando-as como indivíduos com direitos. Satyro e Soares (2007, p. 7), quando, ao tratarem como insumos, advogam que:

> A infraestrutura escolar pode exercer influência significativa sobre a qualidade da educação. Prédios e instalações adequadas, existência de biblioteca escolar, espaços esportivos e laboratórios, acesso a livros didáticos, materiais de leitura e pedagógicos, relação adequada entre o número de alunos e o professor na sala de aula e maior tempo efetivo de aula, por exemplo, possivelmente melhorem o desempenho dos alunos (Sátyro; Soares, 2007, p.7).

Assim, no âmbito da educação, a relação entre a estrutura física e pedagógica se torna fundamental para garantir um ensino de qualidade, onde o aluno é protagonista do conhecimento, o professor é mediador sempre disponibilizando para o aluno materiais, ambientes e estratégias, para que a aprendizagem ocorra de forma significativa. No entanto, acreditar nesse modelo também significa que a falta dessa estrutura pode ser a causa do fracasso escolar.

Segundo Amancio, Oliveira e Oliveira (2021) a estrutura física da escola é de extrema importância, pois tem impacto direto na qualidade da educação oferecida aos alunos. Ela engloba aspectos como a arquitetura do prédio, a disposição das salas de aula, a iluminação, a ventilação, a e acessibilidade, entre outros. Uma estrutura bem planejada e adequada proporciona um ambiente favorável ao aprendizado, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos estudantes. Salas de aulas bem iluminadas e ventiladas, por exemplo, promovem condições propícias para o foco e a concentração dos alunos, melhorando o desempenho acadêmico. Já espaços de convivência, como pátios e áreas de recreação, são fundamentais para o estímulo à socialização e ao desenvolvimento de habilidades sociais.

Nesse sentido, destaca-se que a escola deve conter espaços complementares às salas de aula, os quais são essenciais, pois esses podem contribuir com o desenvolvimento do pensamento científico dos alunos, proporcionando assim conhecimento através de atividades práticas e técnicas interligadas às teorias, consolidando assim o conhecimento (Miranda et al, 2016).

Dessa forma, a educação deve atrair a atenção dos alunos de forma positiva, levando os estudantes a adquirirem conhecimento, autonomia e instigar sua vontade de estudar e de aprender cada vez mais (Galéry, 2012).

O espaço físico da escola pode influenciar no bem-estar e no ambiente de aprendizagem dos alunos, proporcionando um local adequado e atrativo para o ensino. Um ambiente escolar limpo, organizado e bem estruturado pode auxiliar no engajamento dos estudantes e na manutenção da disciplina. No entanto, mesmo que a escola possua um ótimo espaço físico, é necessário um professor qualificado e dedicado para garantir a qualidade da educação. O professor desempenha um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, sendo responsável por construir conhecimentos, estimular o raciocínio e desenvolver habilidades nos alunos. Um professor competente possui conhecimento profundo da sua área de ensino, habilidade para planejar aulas interessantes e desafiadoras, capacidade para lidar com diferentes perfis de alunos e habilidades de comunicação eficazes. Além disso, um professor comprometido e motivado é capaz de inspirar os estudantes a se tornarem autônomos e apaixonados pelo aprendizado. A presença de um professor engajado pode fazer a diferença na vida dos alunos, pois ele é capaz de identificar as necessidades individuais de cada estudante, oferecer apoio e orientação, e buscar diferentes estratégias de ensino para atender às diversas habilidades e estilos de aprendizagem.

Portanto, o espaço físico da escola é importante, mas um professor qualificado é essencial para garantir uma educação de

qualidade. É a interação entre professor e aluno que proporciona um ambiente de aprendizagem enriquecedor, estimulante e eficaz.

A acessibilidade também é um aspecto importante a ser considerado na estrutura física da escola. Um prédio acessível para todos os estudantes, incluindo aqueles com deficiências físicas, garante que todos tenham igualdade de acesso às instalações e às atividades escolares. Diversos estudos evidenciam a influência da estrutura física da escola no aprendizado dos alunos. Um exemplo é a pesquisa de Gul et al. (2010), que investigou a relação entre a qualidade da estrutura física das escolas e o desempenho acadêmico em Matemática. Os resultados apontaram que escolas bem estruturadas obtiveram melhores resultados nas avaliações acadêmicas.

Mayumi de Souza Lima (1989) defende a importância da qualidade do espaço físico na educação das crianças, visando criar um local que não apenas restrinja a infância ao âmbito escolar, mas também ofereça as melhores condições para o processo de desenvolvimento da criança. Por conta da expansão das cidades, do aumento da violência e do desrespeito com o ser humano, as crianças perdem a liberdade de utilizarem dos espaços públicos para a aprendizagem coletiva, onde antes as crianças podiam circular e brincar. Esta arquiteta acredita que, na realidade brasileira, o espaço escolar tem se tornado um candidato potencial a ocupar o lugar de convício e a produção de cultura entre as crianças.

Para um leigo, um bom prédio escolar é aquele que é atraente e bem construído, com paredes sólidas e um telhado sem vazamentos, e piso moderno. Também é importante que seja bem cuidado, com manutenção regular dos equipamentos, pintura renovada e ambientes arejados. No entanto, tudo isso pode ser aplicado a qualquer prédio. No caso de um espaço escolar, o mais importante é que seus componentes estejam alinhados com o projeto político-pedagógico e contribuam para alcançar os objetivos educacionais.

Nesse sentido, é importante, por exemplo, que o ambiente escolar contenha espaços de experiências lúdicas, uma vez que enquanto instituição social a escola faz parte de uma comunidade e recebe estudantes onde aquele será o único lugar de integração, interação, lazer e educação (Fonseca, 2014). E isso mostra que um bom prédio escolar vai além da questão construtiva e aparente, mas envolve tudo aquilo que a escola está oferecendo aos alunos de forma geral.

Fonseca (2014) afirma que os espaços que vão além da sala de aula, dentro de uma instituição de ensino são indispensáveis pois, em algumas situações é por meio deles que a aprendizagem pode ser consolidada, visto que podem ofertar momentos livres e receptivos para a vivência lúdica e de interação entre os alunos.

Pode-se dizer assim que a educação e o ensino não acontecem somente nas salas de aula e por isso é importante que a estrutura escolar contemple outros tipos de ambientes, não mantendo o ensino restrito apenas ao ambiente da sala de aula, mas também à espaços abertos, no pátio, ginásio ou ao livre em uma escola.

Porém, de acordo com Amancio, Oliveira e Oliveira (2021), grande parte das escolas públicas apresentam alguns problemas estruturais, como salas pequenas, cadeiras desconfortáveis, pouca ventilação, entre outras questões. Contudo, é importante que, além de um ambiente democrático, a instituição de ensino também seja considerada um espaço de lazer e convivência, e assim, deve prezar por sua boa organização e qualidade.

Quando se pensa em ofertar uma educação de qualidade, as escolas devem apresentar uma estrutura adequada, o que segundo Miranda et al (2016) pode favorecer as relações sociais e o seu aprendizado. Nesse sentido, alguns erros construtivos, por exemplo, podem afetar, além do seu projeto arquitetônico, o seu funcionamento, como a má localização, exposição a ambientes de muito barulho, proximidade às estradas, entre outros.

Alves e Ferreira (2018) destacam que a estrutura física de uma escola, além da sua organização, manutenção e segurança, revela muito acerca do desenvolvimento da instituição como um todo.

Libâneo (2001, p.4) afirma que “toda instituição escolar necessita de uma estrutura de organização interna, geralmente prevista no regimento escolar [...]”, e assim, é importante que a organização estrutural da instituição esteja apresentada desde o regimento, de forma teórica para que possa ser externalizada por meio dos ambientes da escola.

Um ambiente educacional deve ser completo para que o processo de ensino-aprendizagem seja o mais eficiente possível, uma vez que a escola é o local onde há mais significados, afetividades e culturas diferentes. Os alunos e as demais pessoas que frequentam desse local, tem suas experiências, organizam e produzem, assim, é importante que além da estrutura física, a estrutura interna também seja considerada como um espaço democrático, onde as atividades realizadas considerem também a sociedade na qual está inserida, prezando por integrar todos aqueles que fazem parte e influenciam o ensino ministrado no local (Amancio; Oliveira; Oliveira, 2021).

Convém ainda destacar aspectos que envolvem uma escola democrática, como exemplo. Em uma escola com essa configuração de funcionamento deve apresentar:

> [...] um auditório ou uma quadra coberta para reunir a assembleia escolar. Numa sala de aula de uma escola democrática, as carteiras podem ser dispostas em círculo, o que favorece o diálogo. Na escola tradicional, as “bancadas” eram umas atrás das outras, as vezes fixadas no piso, e o professor ficava na “cátedra”, num estrado acima dos alunos. Assim se cultivava o valor da hierarquia, da obediência. O espaço “educava” em consonância com o discurso do professor (Carpintero; Almeida, 2013, p.14).

Como visto até o momento o espaço escolar deve apresentar uma estrutura física condizente com a sua proposta pedagógica, assim, a seguir será tratado sobre como essa proposta é essencial dentro de uma instituição de ensino, visto que a mesma pode garantir a oferta de um ensino de qualidade e a aprendizagem dos seus alunos de forma eficiente.

3 Estrutura pedagógica: parte importante da educação e da escola

Com base no que foi apresentado até o momento, foi possível notar que para um espaço escolar tornar-se um espaço educativo, faz-se necessário que seus componentes materiais sejam adequados à proposta pedagógica. Mais ainda, que os funcionários se assumam como educadores em plenitude, "vestindo a camisa" do projeto pedagógico da escola, no seu cotidiano e no trato de suas funções "técnicas", que se transformam em educativas e pedagógicas.

Segundo Escolano (1998) quando se reflete sobre nossa vivência escolar e imaginamos como eram as escolas antigamente, podemos perceber que os ambientes não são apenas estruturas físicas, mas são construções sociais que influenciam nossos entendimentos sobre aprendizado e os métodos de educação. O espaço escolar é uma fonte de experiência e aprendizagem. Portanto, investir em uma estrutura física bem planejada e adequada é essencial para proporcionar um ambiente educacional de qualidade que favoreça o desenvolvimento integral dos alunos.

Nesse sentido pode-se evidenciar aqui a relevância que as propostas pedagógicas possuem. É importante que essas estejam em consonância com a estrutura da escola e que possam promover práticas de educação e cuidado, integrando aspectos físicos, emocionais, afetivos, cognitivos e socais dos alunos (Brasil, 1998).

Uma proposta educacional, nesse sentido, deve ser

norteada por concepções de Educação que levem o aluno a estar conectado com a sua própria realidade, e estando entrelaçada com a estrutura escolar torna-se possível que o ensino seja realizado de forma ainda mais eficiente (Klein, 2018).

Uma escola precisa estar comprometida com as crianças, respeitando-as enquanto sujeitos de direitos, garantindo direitos básicos como: direito a educação, ao brincar, a cultura, a saúde e a higiene, a uma boa alimentação, à segurança, ao contato com a natureza, à espaços amplos por onde possa se movimentar, ao desenvolvimento da criatividade e da imaginação, ao respeito à individualidade e desenvolvimento da sua identidade, enfim, o direito a uma infância cheia de sentidos (Brasil, 2017).

> A escola deixa de ser um lugar de comparecimento obrigatório, em que se realiza um trabalho rotineiro, para transformar-se em ponto de encontro para troca de ideias e realização de projetos em benefício da aprendizagem. Do ponto de vista do professor, a escola já não é apenas o emprego que lhe garante um mínimo de rendimento, mas o ambiente em que alcança autorrealização. Do ponto de vista do aluno, o que era antes um exercício maçante de rotinas de aprendizagem passa a ser uma oportunidade de realização de atividades vivas e interessantes (Meneses, 2001, p. 281).

O ambiente escolar foi afetado tanto pela evolução como pela modernização da sociedade. As crianças de hoje são distintas do século passado, pois elas possuem acesso mais rápido à informação, são mais questionadoras e investigativas. Com isso, a educação como um todo está passando por mudanças, o que acarreta problemas nas abordagens de ensino adotadas, na formação dos professores, na atualização dos livros didáticos e no uso inadequado ou ausência de recursos didáticos que estão sendo desenvolvidos.

Um dos principais documentos utilizados pelas instituições de ensino com o intuito de organizar suas propostas pedagógicas

é o Projeto Político Pedagógico (PPP), considerado o documento principal das escolas, cujo objetivo é orientar o trabalho desenvolvido nas instancias administrativas, políticas e pedagógicas de uma escola (Guedes, 2021).

Além disso, o PPP é o que permite tornar a escola democrática, assim quando se pretende ter uma estrutura democrática bem estabelecida, tanto física quanto administrativamente, esse documento é essencial pois prioriza o processo educacional, a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos no sentido geral (Guedes, 2021).

De acordo com Aragão e Garms (2013), as propostas pedagógicas devem estar atreladas com os objetivos da instituição, os quais geralmente estão apresentados no PPP e no currículo escolar, apresentando assim a atuação do professor e também suas metodologias e recursos a serem utilizados.

Segundo Andrade (2019), a construção e elaboração de uma proposta pedagógica relacionada com o espaço educacional é essencial na construção do conhecimento, pois ela reflete o pensamento da comunidade escolar como um todo, e influencia diretamente o ensino e a aprendizagem dos alunos com relação ao espaço adotado para as práticas serem exploradas no dia a dia escolar dos alunos.

Diversas abordagens e recursos são utilizados com o intuito de aprimorar o processo de ensino e desenvolver habilidades como o pensamento crítico, dedutivo e observacional nos alunos, os quais devem estar presentes na estrutura física das escolas. Entre esses métodos, destaca-se, por exemplo, o uso de um laboratório de Matemática, que possui um caráter lúdico, e o trabalho com materiais concretos. A educação tem passado por um intenso debate e progresso em busca de melhorias na qualidade do ensino.

Essas estratégias são importantes pois o ensino de Matemática, em si, é muito relevante para o desenvolvimento dos alunos. Ramos (2017) aponta que a Matemática no sentido geral,

está presente no dia a dia de todas as pessoas, os números podem ser utilizados no lidar com o dinheiro em compras e vendas, por exemplo, algo rotineiro dos indivíduos.

Em virtude disso, documentos oficiais nacionais revelam duas grandes questões:

> A necessidade de reverter o quadro em que a Matemática se configura como um filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não, o Ensino Fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão (Brasil, 1998, p. 15).

Nesse ponto de vista, os registros autorizados refletem a concepção de que a escola desempenha um papel que vai além da mera transferência de conhecimento. Portanto, é preciso estabelecer conexões entre a Matemática abstrata e a Matemática aplicada ao dia a dia. No entanto, para que essa abordagem seja modificada, é necessário utilizar outras metodologias diversas (MD), como a utilização de recursos didáticos.

> As MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele deseja utilizar a MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha da MD mais conveniente à aula (Lorenzato, 2006, p. 18).

Assim, através da utilização de atividades práticas, o estudante se envolve mais ativamente e provoca mudanças no ambiente de aprendizagem, convertendo-o em um espaço de interação com os colegas e compartilhamento de conhecimentos.

De acordo com Rêgo e Rêgo (2006, p. 41),

> [...] o laboratório de ensino da Matemática (LEM) em uma escola constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, novos materiais e metodologias, resultados de pesquisas disponibilizados na literatura [...], ampliando sua formação de modo crítico, ou seja, quando associado à formação docente, oportuniza a realização de atividades em que professores da Educação Básica e alunos do curso de licenciatura possam refletir e elaborar sua avaliação pessoal do sistema de ensino adotado em nossas escolas e construir modelos viáveis de superação de seus aspectos negativos (Rêgo; Rêgo, 2006, p.41).

Dessa maneira, fica evidente a relevância de um Laboratório de Ensino de Matemática em uma escola, devido ao seu potencial no processo de aprendizagem dos estudantes. No entanto, é importante ressaltar que o LEM não deve ser apenas um espaço para armazenar materiais didáticos e jogos, mas sim um ambiente propício para a criação de aulas interativas e distintas, com o objetivo de tornar o ensino de Matemática mais eficaz.

4 Considerações finais

O objetivo do trabalho em questão foi evidenciar como a estrutura das escolas públicas influenciam diretamente no aprendizado dos alunos. Com a pesquisa realizada foi possível compreender diversos aspectos relacionados à essa questão, bem como adquirir maiores conhecimentos na área sobre esses fatores.

Primeiramente o trabalho tratou sobre a estrutura física das instituições escolares, destacando a importância de cada espaço dentro de uma escola e evidenciando como é essencial que os mesmos tenham objetivos à serem cumpridos junto à proposta educacional do local, assim é necessário que uma escola

seja bem organizada e que conte com ambientes que priorizem a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos.

Ainda nesse sentido, foi destacado como é importante a estrutura pedagógica das instituições, e verificou-se que essa deve ser utilizada como base para a organização estrutural da edificação, de modo geral.

Dessa forma, foi possível concluir, com a realização da pesquisa, que a estrutura física deve estar alinhada com a estrutura pedagógica da escola, e a partir daí é possível organizar espaços que venham a contribuir com a aquisição de conhecimentos e com o desenvolvimento de habilidades dos alunos de forma eficiente.

Referências

ALVES, J. E.; FERREIRA, R. de F. *A escola e os seus espaços de aprendizagem: ressignificando o olhar sobre os ambientes escolares.* V CONEDU – Congresso Nacional de Educação, 2018. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_MD1_SA2_ID7883_03092018092629.pdf Acesso em 10 nov. 2023

AMANCIO, G. M.; OLIVEIRA, A. G.; OLIVEIRA, D. D. de L. *A influência da estrutura escolar no processo de ensino-aprendizagem.* VI CONEDU – Congresso Nacional de Educação, 2021. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2021/TRABALHO_EV150_MD1_SA121_ID3103_21092021153714.pdf Acesso em 10 nov. 2023.

ANDRADE, J. dos S. F. de. *Gestão escolar democrática:* um estudo sobre o projeto político pedagógico da escola. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia) Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2019.

ARAGÃO, I. A. S.; GARMS, G. M. Z. *A importância das propostas pedagógicas para a efetivação de práticas que respeitem os direitos das crianças.* Colloquium Humanarum, v.10, n.especial, 2013.

BRASIL. MEC. *Secretaria de Educação Fundamental.* Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. *Estatuto da criança e do adolescente.* Brasília: Senado Federal, 2017. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/

bitstream/handle/id/534718/eca_1ed.pdf Acesso em 30 nov. 2023.

CARPINTERO, A. C.; ALMEIDA, J. G. *Teorias do espaço educativo.* Cuiabá: Universidade Federal de Mato Grosso, Rede e-Tec Brasil, 2013.

CURY, A.J. *Educação formal e educação informal: diálogos e dicotomias.* Revista da Faculdade de Educação, v. 26, n. 2, p. 427-446, 2000.

FONSECA, F. R. da. *Os espaços de lazer do colégio estadual do Paraná:* possíveis espaços de aprendizagem para o uso da cidade no tempo/espaço de lazer. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

GALÉRY, H. R. *A influência da estrutura física dos laboratórios de informática na qualidade da educação*. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialista em Mídias na Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

GUEDES, N. C. *A importância do projeto político pedagógico no processo de democratização da escola.* Revisa Ensino em perspectivas, Fortaleza, v.2, n.2, 2021.

KLEIN, L. R. *Fundamentos para uma proposta pedagógica.* 2018. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/otp/docs_pdf/fundamentos_prop_ped.pdf Acesso em 15 nov. 2023.

LIBÂNEO, J. C. *O sistema e organização e gestão da escola.* In: LIBÂNEO, J. C. organização e gestão da escola – teoria e prática. 4ed. Goiânia: Alternativa, 2001.

LIBÂNEO, J.C. *Didática.* São Paulo: Cortez, 2013.

LIMA, M. S. *A Cidade e a Criança.* São Paulo: Nobel, 1989 – Coleção Cidade Aberta.

LORENZATO, S.(Org.). *O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores.* Campinas: Autores associados, 2006, 2010. (Coleção Formação de Professores).

MENESE, J. G. *Estrutura e funcionamento da educação básica.* 09 de agosto de 2018.

MIRANDA, P. *A influência do ambiente escolar no processo de aprendizagem de escolas técnicas.* In: Seminário Nacional de pesquisa em Educação, Universidade de Santa Cruz do Sul, 2016. Disponível em: https://online.unisc.br/acadnet/anais/index.php/

sepedu/article/view/14918/3649 Acesso em 10 nov. 2023.

RAMOS, T. C. *A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do Ensino Fundamental II.* Cairu em Revista, v.6, n.9, 2017.

RÊGO, R. G., RÊGO, R. M. *Desenvolvimento de uso de materiais didáticos no ensino de Matemática.* In: LORENZATO, Sergio (Org.). O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

RUDIO, F. V (2014). *Introdução ao projeto de pesquisa científica.* (42 ed.). Petrópolis: Vozes. Satyro, N & Soares, S. (2007). A infraestrutura das escolas brasileiras de ensino fundamental: um estudo com base nos censos escolares de 1997 a 2005. Brasília: IPEA.

SANTOS, C. E. M. dos.; CAPELLINI, V. L. M. F. *Inclusão escolar e infraestrutura física de escolas de ensino fundamental.* Educação básica, cultura, currículo – Cadernos de Pesquisa, v.51, n.1, 2021. Disponível em: https://www.scielo.br/j/cp/a/Mn6nQZYbCQwFgRv9L3XGHzk/# Acesso em 12 nov. 2023.

SÁTYRO, N.; SOARES, S. *A infraestrutura das escolas brasileiras de ensino fundamental: um estudo com base nos censos escolares.* Brasília: IPEA, 2007. Disponível em: https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/1752/1/TD_1267.pdf Acesso em 28 nov. 2023.

SCOLANO, A. C. M; MARQUES, E. de. M; BRITO, R. R. de. *Utilização de recursos didáticos facilitadores do processo ensino aprendizagem em ciências e biologia nas escolas públicas da cidade de Ilha Solteira/SP*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO: EDUCAÇÃO, TRABALHO E CONHECIMENTO: DESAFIO DOS NOVOS TEMPOS. Ponta Grossa, PR, 2010.

SOARES NETO; JESUS GIRLENE; KARINO CAMILA; ANDRADE DALTON. (2013). *Uma escala para medir a infraestrutura escolar.* Estudos em Avaliação Educacional, 24 (54), 78-99. Acesso em 13 de junho de 2023, de http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1786/1786.pdf.

SOUZA BIBIANA; SOUZA MARIANA. (2014). A *importância do espaço físico escolar no ensino e na aprendizagem.* Acesso em 6 de junho de 2023, de https://online.unisc.br/acadnet/anais/index.php/sidspp/article/viewFile/11835/1664#:~:text=A%20estrutura%20f%C3%ADsica%20da%20escola,que%20o%20Espaço%20Escolar%20revela.

GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: EXPLORANDO AS POSSIBILIDADES DA PLATAFORMA MATIFIC

Letícia Silva Machado
Licencianda em Matemática – Uni-FACEF
leticiasilva1996@hotmail.com

Profa Ms. Ananda Kainne Oliveira Domenegueti Xavier
Mestre em Matemática e Docente do Uni-FACEF
anandadomenegueti@facef.br

Resumo: A gamificação no ensino da Matemática, com foco na plataforma Matific, apresenta-se como uma abordagem pedagógica promissora. Utilizando elementos característicos de jogos, como desafios, recompensas e feedback, essa estratégia busca promover o engajamento dos estudantes e facilitar aprendizagens mais contextualizadas. A plataforma Matific disponibiliza recursos transferidos para diferentes currículos globais, atendendo às necessidades de estudantes, professores e responsáveis por meio de atividades interativas e adaptativas. Entretanto, desafios como a capacitação docente, a adequação ao contexto escolar e o acesso desigual às ferramentas tecnológicas precisam ser considerados. Embora tenha potencial para enriquecer o ensino da Matemática, a gamificação deve ser empregada de forma planejada e complementar, respeitando as particularidades de cada contexto educacional. Seu impacto positivo é condicionado a uma integração cuidadosa com outras estratégias pedagógicas, além de investimentos em infraestrutura e formação docente.

1 Introdução

O ensino da Matemática enfrenta desafios históricos relacionados à desmotivação e à percepção de dificuldade por parte dos estudantes, muitas vezes atribuídos à predominância de métodos tradicionais, centrados na memorização de fórmulas e na resolução mecânica de problemas. De acordo com Costa et al. (2020), a desconexão entre os conteúdos matemáticos e o cotidiano dos alunos agrava o desinteresse, gerando barreiras para a aprendizagem significativa. Esses problemas também colaboram

para a ansiedade matemática, o que acaba prejudicando o engajamento e a confiança dos estudantes na disciplina.

Nesse contexto, a gamificação surge como uma abordagem para o aprendizado da Matemática. Incorporando elementos característicos de jogos como desafios, recompensas, níveis progressivos e feedback instantâneo, além de despertar o interesse dos alunos, a gamificação favorece a construção de conceitos matemáticos de maneira interativa e prática, alinhando-se às demandas educacionais contemporâneas.

A popularização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e o avanço de plataformas educacionais gamificadas, como a Matific , ampliam as possibilidades de aplicação dessa abordagem no ensino. Alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e aos currículos globais, a Matific combina fundamentos pedagógicos sólidos com recursos tecnológicos interativos, proporcionando experiências de aprendizagem personalizadas e engajantes (Matific, 2024).

O presente artigo tem como objetivo discutir os impactos da gamificação no ensino da Matemática, analisando seus benefícios, limitações e potencial transformador. Além disso, explora-se a aplicação prática da plataforma Matific como ferramenta pedagógica que ajuda a superar os desafios do ensino tradicional, promovendo o engajamento e a aprendizagem significativa dos estudantes.

2 A gamificação e o ensino da Matemática

A gamificação, entendida como a aplicação de elementos e dinâmicas típicas de jogos em contextos não lúdicos, tem sido explorada no ensino da Matemática como uma alternativa para diversificar estratégias pedagógicas e enfrentar desafios históricos da disciplina. Ao utilizar ferramentas como desafios progressivos, recompensas e feedback instantâneo, a gamificação visa criar ambientes que estimulem o envolvimento dos alunos e tornem o

aprendizado mais significativo e contextualizado (Deterding et al., 2011; Prensky, 2001).

Apesar de apresentar benefícios potenciais, é fundamental compreender a gamificação como uma estratégia complementar e não como uma solução universal para os desafios educacionais. A abordagem só é eficaz quando utilizada de maneira consciente, considerando o contexto escolar, o currículo e as características dos estudantes. Nesse sentido, a gamificação pode ser vista como um recurso para enriquecer as práticas pedagógicas, promovendo oportunidades de aprendizado que conectam os conteúdos matemáticos ao cotidiano e favorecem a experimentação, o erro e o aprendizado em um ambiente acolhedor (McGonigal, 2011).

2.1 Conceitos fundamentais e bases teóricas

A gamificação no ensino da Matemática baseia-se em teorias pedagógicas como o construtivismo e o construcionismo, que destacam o papel ativo do aluno na construção do conhecimento (Papert, 1980; Gee, 2003). Esses pressupostos sustentam que uma interação prática e contextualizada com os conceitos matemáticos pode facilitar a aprendizagem e promover o engajamento. Por exemplo, jogos bem desenvolvidos podem oferecer “espaços de aprendizagem” ricos em desafios adaptativos, permitindo que os estudantes avancem no próprio ritmo e explorem diferentes caminhos para resolver problemas (Gee, 2003).

Além disso, a gamificação apresenta impactos positivos no engajamento emocional, pois elementos como reconhecimento e recompensas ajudam a construir uma experiência mais satisfatória e motivadora para os estudantes. Isso contribui para criar um ambiente seguro e acolhedor, onde os alunos possam aprender sem medo de errar, promovendo um processo de aprendizagem mais eficiente e prazeroso (McGonigal, 2011).

2.2 Benefícios no ensino da matemática

Embora a gamificação possa contribuir para aprimorar o ensino da Matemática, seus benefícios dependem de uma implementação criteriosa. Quando bem aplicado, pode impactar positivamente diferentes aspectos do aprendizado. As atividades gamificadas tornam o processo de aprendizagem mais atraente, diminuindo a percepção de dificuldade e incentivando a participação ativa dos estudantes (Costa et al., 2020; Prensky, 2001).

Além disso, as ferramentas digitais possibilitam a personalização do ensino, ajustando o nível de dificuldade ao perfil de cada aluno e respeitando o ritmo individual de aprendizagem (Gee, 2003). Além disso, ao conectar os conteúdos matemáticos a contextos relevantes, a gamificação promove uma aprendizagem significativa, em que os estudantes não apenas memorizam, mas compreendem e aplicam os conceitos de forma prática e contextualizada (Ausubel, 1968). Por fim, a gamificação tem o potencial de reduzir a ansiedade matemática, ao criar ambientes acolhedores que promovam maior confiança e disposição dos alunos para se envolverem com os conteúdos de Matemática (McGonigal, 2011).

2.3 Desafios e limitações

Apesar de suas vantagens, a implementação da gamificação no ensino da Matemática enfrenta limitações importantes que precisam ser consideradas. O uso de ferramentas gamificadas depende de dispositivos adequados e de conexão à internet, o que pode ser um obstáculo em escolas com recursos limitados (Moran, 2013). Além disso, muitos professores não possuem formação específica para integrar metodologias gamificadas de forma eficaz em suas práticas pedagógicas (Valente, 2005). Outro desafio é o tempo e o planejamento necessários, já que a criação e adaptação

de atividades gamificadas exigem esforço adicional, especialmente em turmas com diferentes níveis de aprendizagem.

Superar esses desafios exige investimentos em formação docente continuada, infraestrutura adequada e políticas públicas que incentivem o uso consciente de metodologias planejadas. Também é essencial adotar uma visão crítica que situe a gamificação como parte de um conjunto de estratégias pedagógicas, e não como uma solução única para os problemas educacionais. Dessa forma, a gamificação pode ser efetivamente aplicada, contribuindo para um ensino mais significativo e inclusivo.

2.4 A importância do papel do professor

Independentemente das metodologias empregadas, o aluno deve ser o centro do processo de ensino-aprendizagem, especialmente em abordagens baseadas em metodologias ativas. Em ambientes gamificados, o professor desempenha o papel de mediador, criando um ambiente que valoriza a autonomia do estudante, orientando-o a explorar desafios e conectar essas experiências aos objetivos pedagógicos. Moran (2013) destaca que “o professor, mais do que um transmissor de conteúdo, é um facilitador que ajuda os alunos a navegarem pelo processo de construção do conhecimento”.

Nesse contexto, a gamificação exige que os professores desenvolvam novas competências, como a capacidade de integrar tecnologias e criar atividades que equilibrem ludicidade e rigor acadêmico. A formação continuada é fundamental para que os educadores possam incorporar ferramentas digitais de forma eficaz e crítica, permitindo que as experiências de aprendizagem sejam personalizadas para atender às necessidades individuais dos alunos (Valente, 2005).

Além disso, o papel do professor na avaliação dos impactos da gamificação é crucial. É necessário que o docente reflita

constantemente sobre os resultados obtidos, adaptando as práticas para garantir que a gamificação funcione como uma ferramenta para promover aprendizagens significativas, e não como um fim em si mesma. Como McGonigal (2011) afirma, “o sucesso de qualquer abordagem depende não apenas da ferramenta utilizada, mas do contexto em que é aplicado e da maneira como os estudantes interagem ativamente com ela, sob a mediação cuidadosa do professor”.

3 Comparação com outras metodologias ativas

A gamificação, como metodologia ativa, apresenta características que tornam uma alternativa interessante para diversificar o ensino, mas é essencial compará-la a outras abordagens para compreender suas possibilidades e limitações. Na Aprendizagem Baseada em Projetos (PBL), os alunos desenvolvem projetos de longo prazo, conectando conteúdos acadêmicos a problemas do mundo real, enquanto a gamificação tende a trabalhar com atividades de curta duração e objetivos mais imediatos. Segundo Prensky (2001), enquanto o PBL fomenta habilidades de planejamento e colaboração em profundidade, a gamificação pode atuar como um recurso motivacional para introduzir conceitos ou reforçar aprendizados específicos.

Já na Aprendizagem Cooperativa, ambas as abordagens incentivam o trabalho em grupo, mas a gamificação frequentemente inclui elementos competitivos. Gee (2003) destaca que jogos bem projetados podem equilibrar cooperação e competição, promovendo tanto habilidades sociais quanto desafios individuais. Por outro lado, a Aprendizagem Baseada em Problemas compartilha semelhanças significativas com a gamificação, especialmente no foco na resolução de problemas práticos. No entanto, enquanto a aprendizagem baseada em problemas é mais direta no seu foco acadêmico, a gamificação utiliza narrativas e recompensas para

envolver os alunos (Deterding et al., 2011).

Essas comparações mostram que nenhuma metodologia é superior em todos os contextos. A escolha depende das metas pedagógicas e das características da turma, sendo possível integrar elementos de várias metodologias para criar uma experiência de ensino mais rica e diversificada.

4 A plataforma Matific

A Matific é uma plataforma digital que utiliza elementos gamificados para auxiliar no ensino de Matemática, com o objetivo de fortalecer o aprendizado contínuo e contribuir para o desenvolvimento acadêmico de estudantes em escala global. A plataforma disponibiliza mais de mil atividades interativas e diversificadas, somando uma vasta quantidade de questões respondidas por seus usuários.

Presente em mais de 120 países e traduzido para mais de 40 idiomas, a Matific oferece conteúdos alinhados a mais de 200 currículos e livros didáticos internacionais, garantindo flexibilidade para atender às demandas de diferentes sistemas educacionais (Matific, 2023). Essa abrangência permite que uma plataforma se adapte às necessidades de uma ampla diversidade de contextos culturais e pedagógicos.

Além de focar nos estudantes, a Matific também envolve pais, responsáveis e professores, fornecendo uma série de recursos específicos para criar um ambiente de aprendizagem colaborativo e engajador. As atividades disponíveis combinam elementos como humor, arte e narrativas interativas, atraindo o interesse dos alunos e estimulando a compreensão conceitual, o pensamento crítico e a resolução de problemas. Todo o conteúdo é desenvolvido e revisado por uma equipe de especialistas educacionais de diversas partes do mundo, garantindo qualidade pedagógica e relevância.

A interface da plataforma é intuitiva e acessível, refletindo

o compromisso da Matific em oferecer uma experiência de aprendizagem que seja ao mesmo tempo envolvente e eficaz. Na Figura 1, apresenta-se a tela inicial da plataforma.

Figura 01 – Tela de acesso inicial da plataforma Matific.



Fonte: Matific, 2024.

Fundada em 2012 por especialistas em educação, informática e design de jogos, a Matific foi criada com o propósito de enfrentar desafios históricos no ensino da Matemática na Educação Básica. Seu objetivo principal é proporcionar a cada criança, independentemente de sua localização, uma experiência matemática de alta qualidade que fomente o aprendizado significativo e contínuo.

Ao longo dos anos, a plataforma passou por transformações importantes, ampliando seu alcance global. Atualmente, está disponível em diversos idiomas e homologado para múltiplos currículos internacionais, integrando recursos dinâmicos e formando parcerias estratégicas. Em 2024, a Matific expandiu seu portfólio para incluir conteúdos voltados aos currículos do 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e planeja como meta futura a inclusão de outras disciplinas STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) e níveis educacionais mais avançados.

Entre suas parcerias globais, destaca-se a colaboração com a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP).

Durante a pandemia de COVID-19, a Matific oferece acesso gratuito à sua plataforma para mais de 1,5 milhão de alunos e professores da rede estadual, garantindo a continuidade do aprendizado em um momento crítico de distanciamento social. Essa iniciativa incluiu atividades gamificadas homologadas aos livros do EMAI (Ensino de Matemática nos Anos Iniciais) e à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), promovendo o desenvolvimento de competências essenciais, como as operações matemáticas básicas. Mesmo após o término do período de ensino remoto, a parceria continua ativa, e os recursos da Matific seguem sendo amplamente utilizados nas escolas da rede estadual.

Embora grande parte das funcionalidades do Matific esteja disponível por meio de assinatura paga, a plataforma se diferencia por oferecer acesso gratuito a diversas atividades gamificadas. Essas atividades, estruturadas em episódios, planilhas ou problemas interativos, tornam o aprendizado da Matemática mais atraente e envolvente, especialmente quando comparados aos métodos tradicionais e teóricos.

As atividades da Matific são fundamentadas em uma pedagogia premiada, desenvolvida com base em cinco princípios propostos pelo Conselho Acadêmico da plataforma: compreensão conceitual, que vai além da simples memorização e promove a internalização de conceitos matemáticos; pensamento crítico, que incentiva a resolução de problemas e a experimentação como parte essencial do aprendizado; contexto significativo, conectando os conteúdos matemáticos ao cotidiano dos alunos; aprendizagem personalizada, que se adapta às experiências de ensino às necessidades e ritmos individuais de cada estudante; e participação intrínseca, que envolve os alunos por meio de um ambiente gamificado que valoriza a autonomia e a motivação (Matific, 2023).

A seguir, a figura apresenta algumas das atividades gamificadas disponíveis na plataforma Matific.

Figura 02 – Algumas das atividades disponíveis na plataforma Matific.



Fonte: Matific, 2024.

Entre os principais atributos do Matific , destacam-se a intuição e a facilidade de uso, fornecidas por uma interface simples, visualmente agradável e acompanhada de uma orientação inicial estruturada em etapas. A plataforma oferece suporte multilíngue, que vai além da tradução dos materiais para diversos idiomas, permitindo que diferentes idiomas sejam utilizados simultaneamente em uma mesma turma, facilitando a adaptação a contextos multiculturais.

A facilidade de acesso é outro diferencial significativo: o Matific é compatível com uma ampla variedade de dispositivos, como computadores, notebooks, tablets e celulares, desde que atendam aos requisitos técnicos necessários. A plataforma pode ser utilizada tanto online, por meio de navegadores, quanto offline, através de seu aplicativo dedicado. Além disso, a segurança para o uso infantil é assegurada pela certificação kidSAFE, garantindo um ambiente livre de publicidade e interações externas, o que promove uma experiência focada e protegida.

No âmbito das funcionalidades gratuitas, destaca-se o Matific Play , uma ferramenta acessível na aba de Quizzes de Matemática. Essa funcionalidade permite a criação de sessões instantâneas de competições dinâmicas e interativas, baseadas

em qualquer atividade gamificada disponível na plataforma. Para participar, o professor seleciona o jogo desejado e compartilha um código numérico com os alunos, que pode utilizá-lo para entrada na partida. Embora ainda esteja em fase de testes, o Matific Play é acessível a todos os usuários, possibilitando tantos desafios entre colegas quanto momentos de interação familiar, como partidas entre pais e filhos.

Os estudantes podem escolher entre duas modalidades principais: partidas rápidas e online, competindo com outros jogadores conectados ao mesmo jogo em tempo real, ou atividades individuais, que oferecem mais tempo para analisar os desafios e explorar soluções matemáticas de forma autônoma. Essa flexibilidade atende a diferentes perfis de aprendizagem, promovendo o equilíbrio entre competição e reflexão.

A seguir, as figuras 03, 04 e 05 apresentam uma visão geral das funcionalidades do Matific Play , ilustrando diferentes etapas da interação na plataforma:

Figura 03 – Tela de seleção de atividades gamificadas do Matific Play.



Fonte: Matific, 2024.

Figura 04 – Tela de apresentação da atividade selecionada no Matific Play.



Fonte: Matific, 2024.

Figura 05 – Tela de espera por participantes para início da partida.



Fonte: Matific, 2024.

É importante destacar que esses jogos também estão disponíveis na aba Atividades, onde os usuários têm a flexibilidade de selecionar conteúdos matemáticos de acordo com o nível escolar ou específicos de interesse. A Matific abrange uma ampla gama de conceitos, atendendo desde a Educação Infantil até o 9º ano do Ensino Fundamental, o que torna a plataforma uma ferramenta versátil para diferentes etapas do aprendizado.

Essa aba oferece uma visão abrangente das atividades disponíveis, permitindo que os usuários filtrem o conteúdo com base em critérios como currículo, livro didático ou tipo de atividade. Essa funcionalidade amplia as possibilidades de personalização,

possibilitando que os professores se adaptem às atividades às necessidades e interesses específicos de suas turmas, ao mesmo tempo em que os alunos podem explorar conteúdos de forma autônoma e direcionada.

Figura 06 – Tela de seleção de atividades gamificadas disponíveis na plataforma Matific.



Fonte: Matific, 2024.

Um aspecto importante a ser destacado é que grande parte dos recursos disponíveis no plano de assinatura pago da Matific podem ser explorados gratuitamente pelos usuários por um período limitado, dependendo do tipo de acesso realizado. Esse período de testes oferece uma oportunidade para que estudantes e educadores conheçam as funcionalidades mais avançadas da plataforma.

No plano pago, os estudantes podem criar um perfil de usuário personalizado, incluindo a customização de avatares, tornando a experiência de aprendizado mais interativa e envolvente. Além disso, o plano inclui uma trilha de aprendizagem adaptativa , baseada em algoritmos de inteligência artificial, que ajusta a sequência de estudos de acordo com o estilo e as necessidades individuais de cada aluno.

Entre os recursos adicionais, destaca-se a zona de treinamento , que oferece atividades introdutórias e de revisão

abrangendo uma ampla variedade de tópicos matemáticos, e a área de competição multijogador , que promove um ambiente amigável e motivador para o aprendizado. À medida que os estudantes progridem, têm a oportunidade de conquistar recompensas e desbloquear conquistas, o que reforça o engajamento e a motivação para continuar explorando os desafios propostos.

A seguir, a Figura 07 apresenta as funcionalidades exclusivas disponíveis para os estudantes no plano de assinatura pago da Matific:

Figura 07 – Recursos disponíveis aos estudantes no plano de assinatura pago da Matific.



Fonte: Matific, 2024.

Para os professores, o plano de acesso pago à Matific oferece inúmeras possibilidades. Por meio dele, os docentes podem monitorar detalhadamente o uso e o progresso de cada aluno na plataforma através de relatórios de desempenho detalhados. Além disso, têm acesso a recursos como dicas para planejamento de aulas, milhares de atividades alinhadas ao currículo, oficinas de demonstração, modelos predefinidos com sequências didáticas adaptáveis, lições de casa personalizadas para cada estudante e o Class Cast, uma ferramenta para transmissão de conteúdo em

sala de aula.

Os professores também podem criar grupos de aprendizagem em suas turmas, permitindo intervenções direcionadas e personalização das atividades conforme as necessidades de cada grupo, além de poderem atribuir exercícios gamificados por turma ou individualmente para cada aluno.

Os pais ou responsáveis também se beneficiam do serviço pago, tendo acesso a um painel simples para acompanhar o progresso dos estudantes, além de relatórios detalhados que oferecem uma visão completa do desempenho. Eles também podem atribuir tarefas específicas relacionadas a tópicos matemáticos diretamente aos seus filhos.

Esses recursos evidenciam as potencialidades da Matific como uma plataforma digital gamificada, que oferece uma ampla gama de benefícios. Para os estudantes, proporciona um aprendizado dinâmico e lúdico por meio de atividades atrativas e diversificadas; para os educadores, disponibiliza ferramentas para monitoramento, planejamento e personalização do ensino; e para os responsáveis, facilita o acompanhamento do desempenho e a participação ativa no processo educacional. Assim, a Matific consolida-se como uma poderosa ferramenta tecnológica para promover um ensino-aprendizagem significativo da Matemática.

5 Considerações finais

A gamificação é apresentada como uma estratégia pedagógica que pode contribuir para enfrentar desafios históricos no ensino da Matemática, como a desmotivação dos estudantes e a desconexão entre os conteúdos curriculares e o cotidiano. Ferramentas como a plataforma Matific oferecem recursos que, quando utilizados de forma adequada, podem favorecer um aprendizado mais dinâmico e contextualizado, alinhando-se às necessidades dos alunos e às demandas curriculares.

Este estudo explorou a potencialidade da gamificação ao integrar atividades interativas e personalizadas, demonstrando que ela pode ter impacto positivo no engajamento, na motivação e no desenvolvimento de habilidades cognitivas. No entanto, a sua eficácia depende de fatores importantes, como planejamento pedagógico, formação docente adequada e disponibilidade de infraestrutura tecnológica. Dessa forma, a gamificação deve ser compreendida como uma abordagem complementar, integrada a outras estratégias pedagógicas, e não como uma solução universal.

A plataforma Matific, pela sua abrangência e alinhamento nos currículos globais, surge como uma possibilidade interessante para o ensino da Matemática. Entretanto, desafios como a capacitação dos professores e o acesso desigual à tecnologia destacam a importância de políticas públicas voltadas à formação continuada e à equidade no uso de digitais.

Por fim, este estudo propõe que trabalhos futuros se dediquem à aplicação prática da gamificação e à plataforma Matific em sala de aula, permitindo uma análise mais detalhada de seus impactos no contexto educacional. Essa continuidade pode oferecer subsídios importantes para avaliar e refinar o uso da gamificação como ferramenta de ensino, contribuindo para práticas pedagógicas mais significativas e alinhadas às necessidades reais das comunidades escolares.

Referências

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Ministério da Educação, 2018. Disponível em: . Acesso em: 19 nov. 2024.

COSTA, P.; SANTOS, M.; OLIVEIRA, R. *Tecnologias na educação:* Um olhar crítico sobre a Matemática digital. Revista Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: . Acesso em: 19 nov. 2024.

DETERDING, S.; KHALED, R.; NACKE, L. *De elementos de design de jogos à ludicidade:* definindo "gamificação". In: CONFERÊNCIA ACADÊMICA INTERNACIONAL MINDTREK, 15., 2011, Tampere,

Finlândia. Anais [...].

GEE, James Paul. *What video games have to teach us about learning and literacy?* (“O que os videogames têm a nos ensinar sobre aprendizagem e alfabetização?”) New York: Palgrave Macmillan, 2003.

MATIFIC. *Plataforma Matific.* 2024. Disponível em: . Acesso em: 19 nov. 2024.

MCGONIGAL, J. (2011). *"Reality is broken:* Why games make us better and how they can change the world." (“A realidade está quebrada: por que os jogos nos tornam melhores e como eles podem mudar o mundo”) Nova York: Penguin Press, 2011.

MORAN, J. M. *A educação que desejamos:* novos desafios e como chegar lá. Campinas: Papirus, 2013.

PAPERT, S. *Mindstorms:* crianças, computadores e ideias poderosas. São Paulo: Livros Básicos, 1980.

PRENSKY, M. *Nativos digitais, imigrantes digitais.* On the Horizon, v. 9, n. 5, p. 1-6, 2001.

SANTOS, A.; RODRIGUES, B.; ALMEIDA, T. *Gamificação e aprendizagem:* uma análise crítica no ensino da matemática. Revista Educação e Tecnologia, 2023. Disponível em: . Acesso em: 6 dez. 2024.

VALENTE, J. A. *O papel do professor no ambiente informatizado.* In: KENSKI, V. M.; MORAN, J. M. (Org.). Educação e tecnologia: o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2005.

JUROS COMPOSTOS E SUA RELAÇÃO COM A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA EM SITUAÇÕES DE INVESTIMENTO

Marcos Adriano Silva Rodrigues
Licenciando em Matemática - Uni-FACEF
marcosadriano2106@gmail.com

Maikon Cintra De Oliveira
Licenciando em Matemática - Uni-FACEF
maikoncintra50@gmail.com

Profa. Ms. Letícia Faleiros Chaves
Mestre em Matemática e Docente do Uni-FACEF
leticia@facef.br

1 Introdução

A relação entre juros compostos e progressão geométrica é notável, pois os juros compostos podem ser vistos como uma sequência de multiplicação dos termos, assim como uma progressão geométrica. A cada período, o valor acumulado forma uma sequência geométrica, em que o principal inicial corresponde ao primeiro termo e o fator de crescimento é dado pelo somatório do principal e dos juros acumulados.

Compreender a relação entre juros compostos e progressão geométrica é essencial para os investidores, pois permite uma análise mais precisa dos retornos potenciais ao longo do tempo. Ao aplicar a fórmula dos juros compostos e relacioná-la com a fórmula geral da progressão geométrica, é possível obter insights valiosos sobre o crescimento do capital e avaliar a viabilidade de diferentes estratégias de investimento.

Neste artigo, exploraremos os conceitos de juros compostos e progressão geométrica em detalhes, apresentando exemplos práticos de sua aplicação em situações reais de investimento. Além disso, discutiremos como a compreensão dessa relação pode

auxiliar os investidores na tomada de decisões mais informadas e estratégicas.

Por meio desta análise, buscamos fornecer uma base sólida para a compreensão dos juros compostos e sua relação intrínseca com a progressão geométrica em situações de investimento, além de compilar algumas das várias técnicas que possibilitam minimizar os riscos da perda, buscando estabelecer padrões nos gráficos, baseando-se na lei da inércia de Isaac Newton, que nos diz que uma tendência de movimento tem maior probabilidade de continuar do que se reverter, contrapondo em uma abordagem lógica e técnica, focado em trabalhos como do renomado analista técnico John J. Murphy especialista no campo. Esperamos que este artigo contribua para o conhecimento dos investidores e os ajude a maximizar seus retornos por meio de uma análise mais aprofundada e precisa dos juros compostos em seus investimentos.

2 Objetivos

Este estudo visa analisar a importância dos juros compostos na economia, no contexto dos investimentos. Os juros compostos desempenham um papel crucial na geração de rendimentos ao longo do tempo, resultando em um aumento exponencial do capital inicial. Isso é especialmente relevante para investidores que buscam rendimentos de longo prazo, uma vez que o efeito dos juros compostos se acentua ao longo dos anos.

O entendimento a fundo da relação entre juros compostos e a progressão geométrica é de vital importância para analisar e prever o crescimento dos investimentos ao longo do tempo. A progressão geométrica é uma sequência de números em que cada um dos termos é obtido multiplicando-se o termo anterior por uma constante (razão). A aplicação dos juros compostos em investimentos pode ser representada por uma progressão geométrica, uma vez que os rendimentos são multiplicados pela

taxa de juros vigente na data da aplicação.

Ao explorarmos essa correlação entre investimentos, juros compostos, e progressão geométrica, abrimos um leque na observação dos impactos entre esses três pilares que baseiam o conceito de investimento de longo prazo.

Portanto, este estudo busca contribuir para o entendimento e aplicabilidades dos juros compostos no setor econômico, reunindo insights relevantes sobre como esses conceitos estão interconectados e como podem ser aproveitados para maximizar os resultados financeiros ao longo do tempo.

Juro composto é um conteúdo fundamental no âmbito das finanças e têm inferências significativas nas atividades econômicas. Sua predominância no mundo moderno é proveniente do conceito de "juros sobre juros", ou seja, os juros gerados são reinvestidos e continuam a se multiplicar ao longo do período, sendo assim a maneira mais adequada para calcular investimentos de longo prazo, como poupanças, títulos, fundos de investimento e ações, onde o objetivo é potencializar o engrandecimento do capital ao longo do tempo. O efeito de composição dos juros compostos permite que os investidores acumulem riqueza de forma mais eficaz e obtenham retornos mais substanciais.

Outra razão que explica sua predominância é o fato de que o mesmo fornece uma abordagem mais realista e adequada para o mercado, concebendo mecanismos que possibilitam superar entraves econômicos como inflação e desvalorização da moeda, já que os investidores carecem que suas aplicações gerem ganho percentual real acima desses marcadores.

Nos objetivos específicos também buscamos explorar diferentes tipos de investimentos, como LCI, CDB e tesouro direto, e analisar como os juros compostos afetam seus retornos ao longo do tempo. Compreender a progressão geométrica e sua relação com os juros compostos, utilizando a fórmula da progressão geométrica para analisar o crescimento exponencial do capital

investido. Analisar exemplos e casos reais de investimentos utilizando juros compostos e progressão geométrica, a fim de comparar os resultados com investimentos de juros simples. Refletir sobre a importância do estudo dos juros compostos na tomada de decisões financeiras e oferecer sugestões para pesquisas futuras relacionadas ao tema.

3 Referencial teórico

Os juros simples e juros compostos são conceitos fundamentais na área financeira e desempenham um papel crucial em diversas situações de investimento, evidenciando sua importância nas transações e no crescimento de capital. De forma que os juros simples são calculados apenas sobre o valor principal do empréstimo ou investimento, enquanto os juros compostos são calculados sobre o valor principal e os juros acumulados. Em outras palavras, os juros compostos incorporam o efeito do reinvestimento dos juros já recebidos, resultando em um crescimento mais acelerado do capital investido. Segundo Gitman e Joehnk (2020), "os juros simples são caracterizados por um crescimento linear do valor do investimento, uma vez que a taxa de juros é aplicada apenas ao valor principal".

Fórmula para cálculo de juros simples:

$$J=C.i.t$$

Juros Simples = Capital x Taxa de Juros x Tempo

Já os juros compostos apresentam um crescimento exponencial, uma vez que a taxa de juros é aplicada ao valor principal e aos juros acumulados, permitindo um aumento mais rápido do investimento ao longo do tempo, além de apresentar uma estreita relação com a progressão geométrica. A cada período, o valor acumulado forma uma sequência geométrica com uma

razão constante, conforme ressaltado por Matias (2019), "os juros compostos podem ser vistos como uma sucessão de multiplicação de termos, assim como uma progressão geométrica, onde o valor principal é o primeiro termo e o fator de crescimento é dado por (1 + Taxa de Juros)".

Fórmula para cálculo de juros compostos:

$$M=C(1+i)^t$$

Montante = Capital x (1 + Taxa de Juros)^Tempo

Os juros desempenham um papel crucial na economia, influenciando diversas áreas, desde o mercado financeiro até as decisões de investimento de empresas e indivíduos. Por exemplo, no mercado financeiro, as taxas de juros determinam o custo do capital e influenciam a disponibilidade de crédito. Segundo Mishkin e Eakins (2015), "as taxas de juros são um dos principais instrumentos utilizados pelos bancos centrais para regular a oferta monetária e controlar a inflação".

Além disso, os juros compostos têm um impacto significativo no crescimento de investimentos de longo prazo, investimentos em ações, fundos de investimento e planos de previdência, por exemplo, se beneficiam do efeito dos juros, resultando em um crescimento acelerado do capital investido. Exemplos práticos de aplicação dos juros na economia incluem o cálculo de parcelas de empréstimos, a determinação de taxas de retorno em investimentos e a precificação de títulos de renda fixa.

3.1 Inaplicabilidade dos Juros Simples nos Investimentos

Os juros simples, em virtude de sua natureza linear de acréscimo, são frequentemente preteridos em investimentos de longo prazo. Nessa circunstância, a aplicação da taxa de juros incide unicamente sobre o capital inicial ao longo do período,

promovendo um crescimento constante e linear dos ganhos financeiros. Essa modalidade de cálculo não engloba o fenômeno do reinvestimento dos juros previamente acumulados, uma característica preponderante nos juros compostos.

Em contraposição, os investimentos de longo prazo se beneficiam substancialmente do poder exponencial dos juros compostos, onde a taxa de juros é aplicada tanto ao capital principal quanto aos juros acumulados, possibilitando um crescimento mais dinâmico e acelerado da base de investimento ao longo do tempo. Nos juros compostos, a interação sinérgica entre o capital inicial e os rendimentos prévios potencializa o efeito multiplicador.

Em ambientes econômicos cercados pela presença significativa de inflação e desvalorização monetária, os juros simples podem se revelar inadequados para preservar de maneira efetiva o poder de compra da moeda ao longo da esfera temporal. Por conseguinte, os investidores tendem a favorecer estratégias calcadas nos juros compostos, reconhecendo sua capacidade de maximizar os retornos e enfrentar de maneira mais eficaz os desafios inerentes ao cenário econômico.

3.2 Investidores e juros compostos

:

Os investidores desempenham um papel crucial na mecânica econômica, exercendo influência direta sobre a alocação de recursos e o funcionamento dos mercados financeiros espalhados pelo globo. Sua participação ativa contribui para o crescimento econômico, estimulando o investimento em setores que florescem, impulsionando a inovação tecnológica, cultural e social da humanidade. Além disso, os investidores desempenham um papel decisivo na precificação de ativos, através da lei da oferta e demanda, determinando as taxas de retorno e o custo do capital para empresas e governos.

A compreensão dos juros compostos é uma ferramenta

essencial no arsenal de qualquer investidor. Enquanto os juros simples são lineares, os juros compostos introduzem um elemento exponencial, resultando em um crescimento acelerado do investimento de capital ao longo do tempo “Compreender os juros é crucial para os investidores; é a bússola que orienta decisões financeiras informadas” (Fisher, 1930, p. 112).

Essa compreensão profunda permite que os investidores estimem com precisão o potencial de crescimento de seus investimentos, ajustem suas estratégias de acordo e tomem decisões informadas. Além disso, o entendimento capacita os investidores a proteger seus investimentos contra fatores adversos, como a erosão do poder de compra causada pela inflação. Ao antecipar os efeitos dos juros compostos, os investidores podem melhorar suas estratégias para alcançar metas financeiras a longo prazo.

A análise do crescimento exponencial do capital investido torna-se crucial para integrar a progressão simultaneamente nesse contexto. A aparência do reinvestimento de ganhos não é apenas incremento de capital, mas desencadeia uma trajetória de crescimento exponencial. Investidores que aplicam essa análise podem planejar estrategicamente, ajustar suas expectativas e alinhar suas estratégias de investimento para capturar os benefícios do crescimento acelerado, alinhados com compreensão da progressão progressiva revela que, ao longo do tempo, pequenas diferenças nas taxas de retorno resultaram em disparidades significativas no crescimento do capital investido. Portanto, investir com uma visão de longo prazo, aproveitando ao máximo os efeitos dos juros compostos, torna-se não apenas prudente, mas uma estratégia essencial para o sucesso financeiro sustentável, permitindo não apenas sua visualização, mas também que planeje meticulosamente o crescimento de seu portfólio.

3.3 Situações de investimentos e juros compostos

O entendimento profundo dos juros compostos e sua relação com a progressão contínua é vital no cenário financeiro, exploraremos os alguns tipos de investimentos, como Letra de Crédito Imobiliário (LCI), Certificado de Depósito Bancário (CDB) e Tesouro Direto, analisando suas nuances e aplicação estratégica dos juros compostos.

A Letra de Crédito Imobiliário (LCI), uma opção de investimento intrinsecamente ligada ao mercado imobiliário, oferece uma proposta atrativa para investidores. A isenção de Imposto de Renda e a segurança recomendada do lastro em ativos imobiliários são características marcantes. Essa modalidade é revelada especificamente indicada para investidores que visam um equilíbrio entre segurança e rentabilidade em um horizonte de médio a longo prazo. De acordo com Santos (2020), as Letras de Crédito Imobiliário (LCI) apresentam-se como uma alternativa de investimento atraente, conforto isento de Imposto de Renda e segurança decorrente do lastro em ativos imobiliários.

O Certificado de Depósito Bancário (CDB), por sua vez, desdobra-se em uma variedade de opções, oferecendo diferentes prazos e taxas de remuneração. A flexibilidade do CDB atende a uma diversidade de objetivos, desde estratégias de curto prazo até a construção de uma carteira de investimentos diversificada. Entretanto, é imperativo considerar a tributação sobre os ganhos como uma ponderação crítica nessa inovação.

No âmbito do Tesouro Direto, investir em títulos públicos diretamente do governo torna-se uma alternativa tangível. A diversidade de títulos disponíveis, associados à escolha entre pré e pós-fixados, confere ao investidor uma amplitude de opções alinhadas aos mais diversos perfis. A incidência dos títulos públicos é particularmente atraente, como um porto de segurança em cenários econômicos variados.

A aplicação dos juros compostos em cada uma dessas opções é um elemento crítico a ser considerado, ao se amalgamar com o tempo, transformam-se em uma força multiplicadora de capital. Na LCI, a construção gradual do capital é acentuada pela isenção fiscal, enquanto no CDB, os juros compostos desempenham um papel crucial na maximização de retornos, desde que sejam ponderadas como implicações fiscais, já no tesouro direto, a aplicação dos juros compostos ganha relevância, moldando o crescimento do capital de acordo com a escolha entre títulos pré ou pós-fixados.

A análise nas complexidades dos diversos tipos de investimentos, em conjunto com sua interação com os juros compostos, ressalta a relevância de decisões fundamentadas. A combinação de segurança, rentabilidade e estratégia fiscal em cada modalidade esboça uma trajetória personalizada para os investidores, alinhada de maneira precisa com seus objetivos e tolerância ao risco.

3.4 Progressão geométrica e juros compostos

A compreensão profunda da interligação entre interesses compostos e a progressão geométrica é essencial para aqueles que desejam explorar as nuances matemáticas básicas às situações de investimento. A progressão, por definição, é uma sequência de números onde cada termo subsequente é obtido multiplicando o termo anterior por uma fixação constante. Nesse contexto, é representado pela fórmula geral $an=a1\times R(\ n-1\ )$, onde an é o termo final, $a1$ é o primeiro termo, R é a razão comum e n é o número de termos.

Ao explorarmos a relação entre juros compostos e progressão, emerge uma conexão intrínseca. Os juros compostos, ao contrário dos juros simples, decidimos não apenas o capital inicial, mas também os juros acumulados em períodos anteriores,

tal dinâmica se assemelha à progressão progressiva, em que cada termo depende do termo anterior multiplicado por uma constante, que neste caso é uma taxa de juros.

A expressão que governa a progressão contínua encontra sua aplicação direta no cálculo de juros compostos, ao incorporarmos sua fórmula ao contexto dos investimentos, podemos determinar o valor futuro de um investimento após um determinado número de períodos, considerando uma taxa de juros aplicada. A fórmula dos juros compostos converte-se, assim, em uma forma análoga à fórmula geral da progressão continuada, onde an é o valor futuro, a1 é o valor presente, R é a taxa de juros e n o número de períodos. Ao aplicarmos esses conceitos, percebemos que ela proporciona uma estrutura matemática elegante para entender e calcular os efeitos dos juros compostos em situações de investimento.

3.5 Aplicações

Vamos exemplificar o cálculo de juros compostos por meio da progressão geométrica com um cenário hipotético, suponha que um investidor aplique R$10.000,00 em um CDB com uma taxa de juros anual de 8%, ao final de cada ano, o montante acumulado pode ser calculado usando a fórmula a seguir. Para o primeiro ano, teríamos 10.000×(1+0,08)1 = 10.800,00, para o segundo ano, 10.800×(1+0,08)1 = 11.664, e assim sucessivamente.

A aplicação prática desses conceitos revela-se fundamental na avaliação de investimentos reais. Consideramos, por exemplo, uma situação em que um investidor decide alocar recursos em LCI, CDB e Tesouro Direto. Uma análise minuciosa dessas opções, levando em conta as taxas de juros, prazos e particularidades de cada modalidade, fornece uma visão detalhada das perspectivas de retorno com base nos juros compostos.

Um investidor A aporta R$20.000,00 em uma LCI com taxas de 6% ao ano, outro investidor B opta por um CDB de mesmo

valor com taxas de 7% ao ano, enquanto um terceiro investidor C escolhe investir em um título do Tesouro Direto com taxa de 5% ao ano. Ao calcular os juros compostos ao longo de um período de cinco anos, podemos comparar os retornos acumulados e tomar decisões informadas sobre o desempenho de cada investimento.

A tabela abaixo ilustra o crescimento do investimento ao longo do tempo para cada modalidade:

Ano	Investidor A (LCI)	Investidor B (CDB)	Investidor C (tesouro Direto)
1	21.200,00	21.400,00	21.000,00
2	22.472,00	22.918,00	22.050,00
3	23.818,72	24.560,26	23.152,50
4	25.246,84	26.345,29	24.309,12
5	26.763,83	28.281,29	25.521,58

Fonte: autores

Essa comparação prática destaca como os diferentes tipos de investimentos inovadores ao longo do tempo, incorporando os juros compostos. O Investidor A, com seu LCI, apresenta um crescimento sólido, enquanto o Investidor B, com o CDB, obtém retornos intermediários superiores. Por outro lado, o Investidor C, optando pelo Tesouro Direto, experimenta um crescimento mais moderado. Em um contexto mais amplo, essas análises permitem que os investidores tomem decisões informadas, considerando não apenas as taxas de juros, mas também os resultados reais ao longo do tempo, conforme moldados pela progressão geométrica.

4 Considerações Finais

A presente investigação oferece uma análise abrangente da conexão entre juros compostos, investidores e o desenvolvimento

econômico. No cerne desse exame, a compreensão da relação particular entre juros compostos e progressão geométrica emergiu como um ponto crucial. A analogia desses juros a uma sequência multiplicativa revela sua imprescindível importância para investidores, proporcionando uma base teórica sólida para análises precisas dos retornos ao longo do tempo.

A contextualização do papel dos investidores na economia reflete sua influência direta na disposição de recursos e no funcionamento eficiente dos mercados financeiros. Nesse sentido, a participação ativa dos investidores não apenas promove o crescimento econômico, estimulando inovações e novos empreendimentos, mas também exerce influência nas decisões estratégicas de organizações e políticas econômicas.

O entendimento profundo sobre juros compostos, discutido de maneira detalhada ao longo deste trabalho, manifesta-se como uma ferramenta indispensável para investidores que almejam maximizar seus ganhos. A distinção entre juros simples e compostos evidenciou inúmeras limitações, especialmente em cenários econômicos desafiadores, onde a inflação e desvalorização da moeda são expoentes antagônicos ao crescimento real de capital. Investidores que compreendem a complexidade e as nuances dos juros compostos estão mais bem equipados para tomar decisões esclarecidas sobre suas estratégias de investimento de longo prazo.

Destaca-se ainda a importância da progressão geométrica como uma representação matemática da aplicação dos juros compostos, revelando-se uma ferramenta analítica crucial para prever o crescimento exponencial do capital investido. A aplicação da fórmula da progressão geométrica no contexto dos juros compostos oferece uma abordagem sistemática e lógica para avaliar o desempenho dos investimentos.

No que concerne ao ambiente econômico atual, a discussão sobre a limitação dos juros simples em se ajustar dinamicamente a variáveis econômicas, como inflação e desvalorização da moeda,

reforça a necessidade de uma abordagem mais sofisticada, como a proporcionada pelos juros compostos. Investidores, ao reconhecerem essas limitações, são incentivados a adotar estratégias mais alinhadas com a complexidade dos cenários em que se encontram.

Por fim, a presente pesquisa contribui para a literatura existente ao fornecer uma análise compreensiva desses tópicos inter-relacionados. O entendimento aprofundado sobre juros compostos, aliado com percepção de crescimento embasados pela progressão geométrica, se mostra como uma ferramenta um tanto indiscutível para o planejamento de qualquer investidor independente do perfil de suas aplicações.

5 Referências

FISHER, I. *A teoria dos juros*. Editora Moderna, 1930.

GITMAN, L. J.; JOEHNK, M. D. *Princípios de administração financeira*. Pearson, 2020.

KEYNES, J. M. *A teoria geral do emprego, do juro e da moeda*. Editora Econômica Nacional, 1936.

MARTINS, Carlos. *Análise técnica: guia completo para investimentos lucrativos na bolsa de valores*. Editora Alta Books, 2020.

MATIAS, R. M. *Matemática financeira: uma abordagem contextualizada*. Editora Atlas, 2019.

MISHKIN, F. S.; EAKINS, S. G. *Financial markets and institutions*. Pearson, 2015.

MURPHY, John J. *Análise técnica do mercado financeiro*. Editora Alta Books, 2021.

OLIVEIRA, A. F. *O mundo dos títulos públicos: guia prático para investidores*. Editora Financeira XYZ, 2021.

OLIVEIRA, A. M. *Matemática financeira: teoria e prática*. Editora Econômica Nacional, 2021.

SILVA, J. M. *Investimentos e finanças: uma abordagem contem-*

porânea. Editora Econômica Nacional, 2022.

SILVA, J. P. *Investimentos e cálculos financeiros: uma abordagem integrada*. Editora Financeira XYZ, 2020.

SMITH, A. *Uma investigação sobre a natureza e as causas da riqueza das nações*. Editora Renomada, 1776.

A MÁQUINA ENIGMA E SUA DECODIFICAÇÃO

Nícolas Moscardi Garcia
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
nicolaspst@gmail.com

Profa . Ms. Letícia Faleiros Chaves
Mestre em Matemática e Docente do Uni-FACEF
leticia@facef.br

Resumo: o objetivo do presente trabalho é demonstrar o episódio histórico do uso da máquina de criptografia Enigma e os esforços dos Aliados para quebrar seu código durante a Segunda Guerra Mundial. Acredita-se que tal contexto é de grande valia dentro do ramo da matemática aplicada devido à grande relevância que a criptografia possui na vida cotidiana atual, sendo assim, o estudo de episódios históricos que envolvam a matemática e seu desenvolvimento em situações de grande importância para a humanidade é importante para o enriquecimento dos conteúdos estudados tanto na escola quanto nos cursos de graduação da área de exatas. São abordados conceitos básicos de criptografia que são aplicados em sistemas criptográficos até na atualidade como forma de contextualizar o funcionamento da Enigma e a seu processo de decodificação pelos analistas ingleses, os quais foram influenciados pelas ideias de Alan Turing, figura central durante os ocorridos e de grande importância para o desenvolvimento dos primeiros conceitos utilizados na computação, ilustrando assim sua importância por diversos motivos.

1 Introdução

Desde a antiguidade, a criptografia é utilizada amplamente, principalmente para motivos militares, ocultando informações e comunicações estratégicas dos inimigos. Seu desenvolvimento se deu sincronamente ao desenvolvimento das civilizações, nascendo e morrendo junto com estas, sendo que poucos elementos de cada uma dessas fontes se passaram para o futuro através da literatura (KAHN, 1996). Sendo que há evidências do uso de criptografia pelo menos desde a Grécia antiga, há 2500 anos atrás (Paixão, 2020).

O embate entre os criptógrafos e os criptoanalistas,

aqueles que se dedicam aos estudos das cifras para decodificá-las, sempre ocorreu. A demanda pela criação de novos algoritmos criptográficos mais complexos e seguros se dava pelo constante esforço para o desenvolvimento de técnicas para a quebra dos códigos que estavam em uso.

Um momento de grande relevância tanto para a história como um todo quanto para a criptografia em específico, foi o episódio da busca dos países Aliados, durante a Segunda Guerra Mundial, para decodificar a máquina de criptografia

Enigma, utilizadas pelos nazistas no período para suas comunicações militares. Paixão (2020) afirma:

> Em 1925 iniciou-se a produção em massa de máquinas Enigma. Muitos segmentos passaram a utilizá-la, porém o modelo mais completo foi reservado apenas para os militares e governantes. Nos vinte anos seguintes mais de 30 mil máquinas Enigma foram compradas pelos militares e o papel que a máquina desempenharia na Segunda Guerra Mundial fez com que alemães dessem como certa a vitória de seu país.

A primeira técnica utilizada para a quebra da Enigma se deve a pesquisadores poloneses, motivados pela iminência da invasão alemã ao país, o que logo depois ocorreu. Ocorre que, com o decorrer da guerra, o uso da máquina foi sendo modificado pelos alemães, de forma que já não era mais possível decifrar seus códigos. Com isso, os cientistas poloneses decidem compartilhar suas descobertas com os outros países Aliados.

Neste contexto, vários cientistas unem esforços para debruçar-se sobre a decriptação da Enigma, sendo que dentre eles, o de maior destaque foi Alan Turing, que conseguiu criar uma máquina capaz de decifrar os códigos.

O objetivo deste trabalho é demonstrar conceitos de criptografia envolvidos no sistema da máquina Enigma e no método desenvolvido para sua decifragem e mostrar a importância das

descobertas feitas durante este episódio para a humanidade.

O trabalho justifica-se devido à criptografia ser uma área concreta de aplicação de conceitos vistos na matemática, sendo o estudo dos métodos de encriptação e da lógica por trás das tentativas de quebrá-los, de grande importância, uma vez que esta área nunca parou de desenvolver-se e tem grande relevância no contexto atual. A escolha de tal episódio histórico se dá pela sua grande importância para a humanidade, pela presença de figuras importantes para o desenvolvimento da matemática e da computação, como Turing, e por poder demonstrar os conceitos desejados no objetivo do trabalho.

No segundo capítulo do trabalho, serão abordados conceitos básicos de criptografia necessários para a compreensão dos algoritmos criptográficos e também conceitos de criptoanálise, os quais embasam as ideias por trás do processo de decodificação da Enigma.

No terceiro capítulo será descrito o funcionamento da Enigma de acordo com os conceitos de criptografia vistos no capítulo 2, além das justificativas por trás da segurança do processo criptográfico.

No quarto capítulo será abordado o processo de decodificação da Enigma pelos ingleses, explicando as fraquezas exploradas e o processo realizado pela máquina de Alan Turing que auxiliou na quebra dos códigos.

Por fim, no quinto capítulo, será discutida a relevância histórica do episódio, além dos desdobramentos resultantes após a quebra do código da Enigma.

2 Conceitos de criptografia

A criptografia se divide em dois tipos: transposição e substituição.

As cifras de transposição buscam mudar a posição das

letras da mensagem original, sendo que tal processo pode se dar seguindo um padrão definido entre autor e receptor da mensagem ou através da permutação aleatória das letras do texto. Estes métodos são considerados ineficientes, pois no caso do uso de um algoritmo definido para a permutação das letras, basta que o interceptador da mensagem descubra qual foi o processo utilizado e o reverta, descobrindo assim o texto original. No caso do uso de permutações aleatórias, numa mensagem muito curta, a determinação da mensagem original pode ser realizada rapidamente, de forma que não há quase nenhuma segurança, já para mensagens extensas, o próprio receptor da mensagem pode não conseguir decifrar o código, devido ao grande número de permutações possíveis.

Nesse sentido, surge a ideia dos algoritmos de substituição, os quais buscam ao invés de permutar as letras do texto original, substituir cada uma delas por outra. Os sistemas de criptografia por substituição foram, por muitos séculos, o padrão utilizado para as comunicações, por serem considerados de grande segurança.

Um exemplo conhecido de cifra de substituição é a Cifra de César, nomeada em razão do imperador romano. O algoritmo funciona substituindo cada letra da mensagem original pela que está três posições à frente no alfabeto. Por exemplo, pode-se criptografar a mensagem “FORMATURA DA TURMA” para “IRUPDWXUD GD WXUPD”, conforme pode-se observar pelo quadro de referência abaixo.

Quadro 1 - Cifra de César

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cifrado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Fonte: autoria própria

Seguindo o mesmo algoritmo, é possível realizar outras codificações diferentes apenas variando o número de posições que

se deseja. Esse é um conceito importante, chamado de chave, que será abordado mais à frente.

A Cifra de César enquadra-se como uma cifra de substituição monoalfabética, isto é, que utiliza apenas um alfabeto para a substituição. Entretanto, com o desenvolvimento dos conceitos da análise de frequência e da criptoanálise, esta categoria de criptografia passou a não ser mais tão segura quanto se acreditou por diversos séculos. Com isso, os estudiosos começam a desenvolver sistemas de criptografia mais seguros e, nesse contexto, surgem as cifras de substituição polialfabéticas, que utilizam mais de um alfabeto para realizar as substituições, seguindo algum algoritmo especificado.

Uma conhecida cifra de substituição polialfabética é a Cifra de Vigenére, a qual utiliza 26 alfabetos, cada um associado a uma letra pela qual aquele alfabeto se inicia, para realizar a cifragem. A ordem pela qual se utiliza cada alfabeto é definida a partir de uma palavra-chave, a qual é repetida por toda a extensão da mensagem original que será criptografada. Associa-se então cada letra de mensagem original a uma letra da palavra-chave, a qual dirá em qual alfabeto deve-se seguir para realizar a substituição. Por exemplo, utilizando a palavra-chave UNIVERSIDADE, é possível criptografar a mensagem “FORMATURA DA TURMA” para “ZBZHEKMZD DD XOEUV”.

Imagem 1 - Tabela de Vigenére



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Fonte: Wikipédia, 2024, online.

Tendo como referência a imagem 1, vê-se que a primeira letra da mensagem criptografada é F, e que esta está associada à primeira letra da palavrachave “U”, portanto procura-se no alfabeto iniciado por “U” por qual letra deve-se substituir a letra F, encontrando a letra Z. Repete-se este processo para cada letra do texto original.

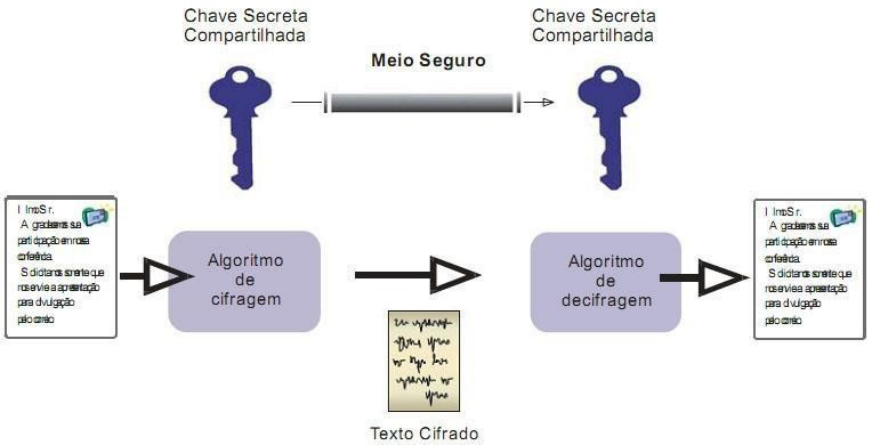
Conceito de chave

Conforme visto nos exemplos de métodos criptográficos, é possível perceber que um mesmo algoritmo é capaz de cifrar determinada mensagem de diferentes formas a depender de um valor escolhido, o qual deve ser acordado entre autor e receptor da mensagem. No exemplo da Cifra de César, o valor escolhido determina quantas posições “desloca-se” o alfabeto, na cifra de Vigenére, a palavra escolhida determina quais alfabetos serão

utilizados para realizar a substituição de cada letra, sendo que ambos os métodos resultarão em mensagens cifradas diferentes para valores ou palavras diferentes.

No campo da criptografia, este conceito é conhecido como chave. Ou seja, a chave é uma informação, que deve ser de conhecimento de ambos os interlocutores de uma comunicação criptografada para que estes possam através de um algoritmo definido, realizar o processo de cifragem e decifragem. Sendo assim, mesmo que algum terceiro intercepte o texto cifrado e saiba qual é o algoritmo utilizado para fazer a cifragem, sem o conhecimento da chave utilizada é difícil descobrir o texto original.

Imagem 2 - Esquema de um algoritmo criptográfico



Fonte: UFRJ, 2024, online.

Criptoanálise

A criptoanálise é o estudo das técnicas para decriptação de texto cifrado sem o conhecimento da chave. Durante vários séculos acreditava-se que os algoritmos criptográficos possuíam uma segurança impenetrável, até que os árabes, unindo conhecimentos de matemática, linguística e linguística, criaram as bases da análise

de frequência, sendo considerados os primeiros criptoanalistas (Paixão, 2020).

A ideia por trás da contagem de frequência é analisar a frequência de cada letra em uma mensagem criptografada e comparar esta informação com a frequência em que as letras aparecem de forma geral na língua em que a mensagem foi escrita. Outras ideias aliadas a esta são a análise do tamanho médio (em letras) das palavras em determinada língua, análise das letras duplas mais frequentes (“rr” e “ss” em português, por exemplo), análise de dígrafos comuns, entre outras técnicas.

Com a aplicação da análise de frequência, métodos criptográficos mais sofisticados foram surgindo, tornando cada vez mais difícil sua decriptação. Porém, as mesmas ideias básicas sugeridas pelos árabes também foram sendo complementadas e evoluíram. Esse movimento se percebe também dentro do contexto da quebra do código da Enigma.

3 A máquina enigma

A Enigma foi criada no começo do século XX por Arthur Scherbius, buscando aplicar tecnologias existentes em seu tempo a conceitos mais antigos de máquinas criptográficas, como o disco de Cifras, inventado por Leon Albertti no século XV (Paixão, 2020).

A ideia de seu criador era a de criar uma máquina semelhante a uma máquina de escrever que automatizasse o processo de cifragem com um algoritmo seguro, o qual seria demorado de realizar manualmente.

Inicialmente, a invenção não teve grande sucesso de vendas, com poucos exemplares produzidos, mas logo atraiu a atenção dos militares alemães. Em pouco tempo, todas as forças armadas nazistas já utilizavam o equipamento, o qual passou a ser produzido em, sendo que cada um de seus setores utilizavam configurações diferentes da máquina.

Funcionamento

A Enigma se assemelha a uma máquina de escrever, com um teclado com 26 botões, um para cada letra do alfabeto, e um quadro com 26 lâmpadas, cada uma associada também a uma letra. Ao serem pressionadas, as teclas fecham um circuito elétrico com uma bateria, fazendo acender uma das lâmpadas. A letra da lâmpada que é acesa é então anotada pelo responsável pela cifragem da mensagem, que repete o processo para todo o texto.

Imagem 3 - A máquina Enigma



Fonte: Wikipédia, 2024, online.

A cifragem da mensagem se dá por rotores, peças metálicas que contém fios que fecham o circuito associado a uma determinada letra com o de outra letra, criando assim uma simples cifragem por substituição monoalfabética. Por exemplo, ao pressionar a tecla A, fecha-se o circuito associado àquela letra, mas quando a corrente chega à fiação de um rotor, a corrente passa a

fluir no circuito de outra letra, acendendo uma outra lâmpada que não a da letra A.

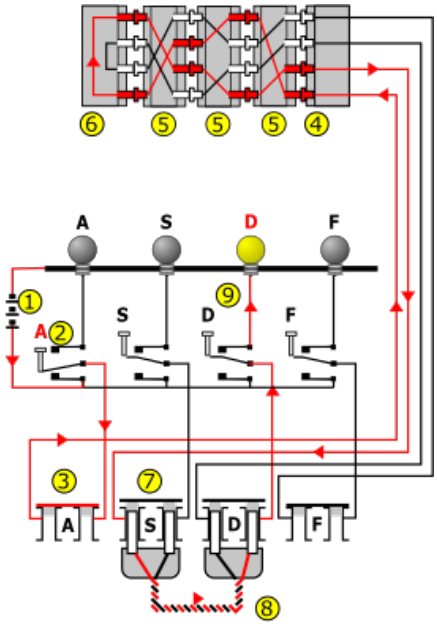
A segurança de Enigma se dá pelo fato que a cada pressionamento de tecla, o rotor realiza uma rotação de 1 26 volta, deslocando a posição de seu alfabeto em uma casa. Tal problema seria facilmente resolvido pela contagem de frequência, pois mesmo que os alfabetos variassem, a cada 26 caracteres a posição inicial se repetiria, permitindo a contagem. Sendo assim, eram usados 3 desses rotores associados, dentre 5 disponíveis, os quais poderiam ser escolhidos e colocados em diferentes ordens, cada um desses rotores era numerado por números romanos, de I até V. Já posicionados dentro da máquina, o segundo rotor realizava um deslocamento a cada 26 deslocamentos do primeiro, e o terceiro rotor realizava um deslocamento a cada 26 deslocamentos do segundo.

À esquerda dos rotores existia uma peça chama da de refletor, a qual possuía uma função similar à dos rotores, com a única diferença sendo que esta não rotacionava conforme as teclas eram pressionadas e que as letras eram substituídas em pares associados, isto é, se A é trocado por B, então B é trocado por A, por exemplo, o que não ocorria nos rotores. A função do refletor era garantir que a enigma pudesse realizar tanto a encriptação quanto a decriptação da mensagem, se fosse ajustada nas mesmas configurações iniciais para ambos os processos. O refletor também fazia com que o sinal elétrico passasse “voltando” pelos três rotores, fazendo mais três substituições.

Por fim, a última parte envolvida no processo de encriptação era o painel de tomadas, poderia trocar uma letra por outra antes e depois de passar pela fiação dos rotores e refletor, por exemplo, se no painel de tomadas as letras A e B estivessem conectadas, ao pressionar a letra A, ela será trocada por B, e então a letra que será encriptada pelas outras partes da máquina será B. Após o processo de encriptação, caso a letra resultante estivesse também conectada

a outra no painel, ela seria novamente trocada, finalizando assim o processo de cifragem. No total, poderiam ser utilizados no máximo 10 cabos, associando 20 letras.

Imagem 4 - Esquema de funcionamento da Enigma



Fonte: Wikipédia, 2024, online.

Por fim, a imagem 4 ilustra o circuito da máquina, numa versão simplificada com apenas 4 letras, com as setas indicando o sentido da corrente elétrica. Partindo da bateria (1), ela passa pela tecla acionada da letra A (2), depois pelo painel de tomadas (3), onde a letra A não está conectada a nenhuma outra, portanto não é substituída. Em seguida chega aos rotores (4 e 5) onde passa por três substituições consecutivas (A para F para D para A). Chegando ao refletor (6), ocorre mais uma substituição (A para F) e o sentido é revertido de volta para os rotores, onde ocorrem novamente três substituições (F para S para A para S), resultando na letra S. Por fim, a corrente chega novamente ao painel de tomadas (7), onde a

letra S está conectada à letra D, sendo substituída por esta. Sendo assim, a corrente segue para a lâmpada correspondente à letra D, acendendo-a, e retornando à bateria, fechando assim o circuito.

Percebe-se que, por mais complexo que seja o circuito, caso ele não seja alterado, o algoritmo todo não passaria de uma simples cifra de substituição monoalfabética, estando toda a segurança de método ligada às rotações dos rotores a cada pressionamento de tecla, transformando o sistema numa complexa cifragem de substituição polialfabética com quintilhões de chaves possíveis.

Número de chaves possíveis

O cálculo do número de chaves possíveis da Enigma demanda entendimento de conceitos de contagem, como permutação e arranjo. O primeiro fator que influencia na quantidade de chaves é o posicionamento de três dos cinco rotores disponibilizados. Para isto, utiliza-se o conceito de arranjo, onde calcula-se o número de organizações possíveis de um determinado número de elementos num contexto em que a ordem destes elementos é importante. Utiliza-se a seguinte fórmula:

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Onde n é o número total de elementos e p é a quantidade de elementos tomados. Lê-se “arranjo de n elementos tomados p a p.

No contexto apresentado, busca-se o número de arranjos possíveis de três rotores dentro de cinco, resultando no seguinte:

$$A_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5.4.3 = 60$$

Portanto, existem 60 configurações possíveis para o posicionamento dos rotores.

Em seguida, é necessário calcular a quantidade de posições iniciais dos rotores possíveis. Como cada rotor possui 26 posições e são utilizados três rotores, para calcular o número de posições iniciais basta fazer 263 = 17576.

Por fim, é necessário calcular o número de configurações possíveis para o painel de tomadas, onde há o maior número de combinações possíveis. Para encontrar este valor, inicialmente é necessário pensar no arranjo de 20 letras entre 26, pois, como são utilizados 10 cabos, é possível combinar 20 letras. Sendo assim, tem-se: A

$$A_{20}^{26} = \frac{26!}{(26-20)!} = \frac{26!}{6!}$$

Agora, é necessário dividir esse valor por 10!, pois neste caso, a ordem em que os 10 pares formados estão não importa. Por fim, é necessário desconsiderar as repetições de cada par individual, por exemplo, o par AB é o mesmo que o par BA, para isto realiza-se a divisão do valor por 2 10. No final, o número de configurações possíveis do painel de tomadas resulta em:

$$\frac{26!}{6!} \div 10! \div 2^{10} = 150738274937250$$

Sendo assim, para calcular o número total de chaves, seguindo o princípio fundamental da contagem, que permite o cálculo do número de combinações possíveis entre situações independentes, é necessário multiplicar os três resultados obtidos, assim o número de chaves possíveis é:

$$60.17576.150738274937250 = 158962555217826360000$$

4 A Decodificação da Enigma

O processo de decodificação da Enigma dependia da determinação da chave utilizada no dia pelos alemães, uma vez que os aliados tinham acesso a exemplares da máquina e sabiam seu funcionamento e, por consequência, seu algoritmo de cifragem. Neste sentido, conforme explicado na seção sobre o conceito de chave, mesmo conhecendo o algoritmo da máquina, a dificuldade em determinar a chave, ou testar consecutivamente o grande número de possibilidades, era o que garantia a segurança da encriptação.

Os nazistas possuíam orientações sobre quais configurações utilizar em cada dia, o que era combinado previamente. Neste sentido, como a configuração era trocada, no mínimo, diariamente, a determinação da chave era um processo que precisava ser feito, pelo menos, uma vez a cada dia. Sendo assim, o trabalho dos criptoanalistas buscava criar métodos rápidos de testar possíveis chaves, para que o procedimento pudesse ser feito várias vezes seguidas.

Nesse sentido, o trabalho de Alan Turing foi de grande importância, pois buscou um raciocínio que pudesse funcionar mesmo se o protocolo de determinação da chave utilizado pelos alemães mudasse repentinamente. É justamente nesse ponto em que o trabalho de Turing se diferenciava do trabalho de Rejewski e dos analistas poloneses, os quais já haviam conseguido quebrar o código da Enigma, porém dependendo de falhas apresentadas nos protocolos de determinação de chaves, como uso de iniciais de nomes ou de nomes conhecidos dentro do processo de determinação da chave.

Em oposição a isto, o trabalho dos ingleses girava ao redor das fraquezas apresentadas pelo próprio algoritmo da máquina Enigma, dessa forma, eliminando o risco de mudanças nos protocolos de cifragem, o que de fato ocorria.

Falhas da máquina exploradas

A máquina Enigma possuía algumas falhas intrínsecas ao seu próprio sistema, as quais foram exploradas no processo de decriptação de seu código, uma vez que os Aliados possuíam exemplares da máquina e conheciam seu funcionamento.

A primeira fraqueza explorada foi a de que o algoritmo da máquina impossibilitava uma determinada letra de ser codificada para si mesmo. Por exemplo, ao pressionar a letra A, independente da configuração escolhida, nunca seria possível que a lâmpada associada à letra A acendesse.

A segunda fraqueza explorada foi a de que o algoritmo da Enigma era de chave simétrica, isto é, a mesma chave utilizada para a encriptação era a utilizada para decodificação. Neste sentido, numa máquina Enigma configurada nas mesmas configurações iniciais da utilizada para codificação da mensagem, ao digitar a mensagem cifrada seria emitido a mensagem original. Na época, sistemas de criptografia simétricos eram a norma, porém, tal fato foi explorado pelos analistas.

Por fim, foi explorado o fato de que as mensagens enviadas possuíam alguns padrões, palavras e frases que sempre apareciam em determinadas partes do texto. Por exemplo, era comum que as primeiras mensagens interceptadas do dia possuíssem a previsão do tempo, portanto, era esperado que a palavra “previsão” aparecesse no começo do texto. Era comum também que a saudação a Hitler utilizada pelos nazistas aparecesse ao final das mensagens.

Processo de decriptação

Sabendo das fraquezas explicadas acima e de posse da mensagem interceptada, os ingleses buscavam determinar a configuração do painel de tomadas e a posição inicial dos rotores.

O processo de decriptação começava por tentar posicionar

palavras como “PREVISAO” ou “HITLER” em locais onde costumavam aparecer em mensagens decifradas anteriormente. Buscava-se encontrar uma posição onde não houvesse letras cifradas para si mesmas, explorando assim a primeira fraqueza apresentada. Com isso obtia-se um palpite sobre um trecho de texto cifrado e sua possível decifração.

A ideia de Turing era então construir uma máquina que pudesse testar automaticamente configurações possíveis da Enigma até encontrar alguma que satisfizesse a codificação apresentada. A máquina criada por Turing e seus colegas possibilitou que configurações que apresentassem contradições fossem logo eliminadas e passasse-se para a próxima configuração.

Por exemplo, supondo que em determinado palpite a palavra “HITLER” fosse criptografada para “ENGWOM”, escolher-se-ia então uma posição inicial de rotores, como 1,1,1 e testar-se-ia uma possibilidade do painel de tomadas como HA (H conectado em A). A máquina de Turing então testaria todas as outras conexões que derivariam desta e, caso houvesse alguma contradição, como HB (uma letra não pode estar conectada a mais de uma), a máquina eliminaria aquele palpite e todas as outras conexões descobertas daquele teste, ideia esta que possibilitou a redução do tempo do processo. Passar-se-ia então para a próxima possibilidade, como HB, caso esta não tivesse sido eliminada, e o processo se repetiria até testar todas as possibilidades de conexão, o que, como abordado no capítulo anterior, era o fator que proporcionava o maior número de chaves possíveis.

Este processo podia ser realizado em grande velocidade e, caso não fosse encontrada alguma configuração possível para o painel de tomadas em dada posição inicial de rotores, a máquina reiniciaria o processo agora avançando para a próxima configuração inicial de rotores, que seria 1,1,2. Este processo era repetido até que fosse encontrada alguma configuração que não apresentasse contradições, onde a máquina pararia de funcionar e os analistas

testariam a chave encontrada, configurando uma máquina Enigma naquela chave e digitando a mensagem cifrada, verificando se o que era obtido fazia sentido como texto claro.

5 Considerações finais

O estudo do capítulo histórico narrado acima possui uma grande importância para a história como um todo e possui grande importância no processo de desenvolvimento dos computadores modernos e nos processos criptográficos utilizados no cotidiano.

Inicialmente, as contribuições dos analistas ingleses possibilitaram o encurtamento da guerra e poupou a vida de várias pessoas. Paixão (2020) afirma:

> Não se pode afirmar ao certo que as descobertas realizadas na Escola de Cifras e Códigos do Governo foi um fator decisivo para a vitória dos aliados, porém, especialistas afirmam que ela decididamente encurtou o período de luta, que teria se estendido até 1948 se o governo britânico não fosse capaz de ler as mensagens da Enigma.

Sobre as contribuições das tecnologias desenvolvidas no episódio, anteriormente à Guerra, Turing já possuía ideias de máquinas que automatizassem processos matemáticos, como diz Carneiro (2017, p.16):

> Em 1937, Turing publica seu mais importante trabalho científico intitulado “On Computable Numbers” (Os Números Computáveis), onde descreve uma máquina imaginária que poderia efetuar de forma automática os processos geralmente desenvolvidos por um matemático. De acordo com sua proposta, haveria uma máquina para cada processo: uma para somar, outra para dividir, outra para elevar ao quadrado e assim por diante. Essas máquinas ficaram conhecidas como máquinas de Turing. Posteriormente ele tornou a ideia um tanto mais

> radical: em vez de ter uma máquina específica para cada processo matemático, ele idealizou um modelo que tivesse condições de realizar todas as operações em apenas uma máquina. Assim, surge a máquina universal de Turing que serviu de base para os primeiros computadores, dez anos depois.

Ocorre que muito do que foi idealizado pelo matemático foi materializado e desenvolvido no processo de criação da máquina utilizada para quebrar os códigos nazistas. Sendo assim, a importância do episódio se estende também para todo o desenvolvimento da computação que se deu nos anos posteriores à Guerra.

Com a presença do mundo digital cada vez maior em aspectos da vida cotidiana, a criptografia se faz cada vez mais presente e necessária, portanto, sua compreensão e estudo é de grande valia. Sendo assim, episódios históricos como o abordado neste trabalho, são de grande riqueza para contextualização do estudo de conteúdos de matemática aplicada, podendo despertar a curiosidade de alunos e de entusiastas da área.

Referências

CARNEIRO, Framilson José Ferreira. *Criptografia e Teoria dos Números*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna LTDA, 2017.

COUTINHO, Severino Collier. *Criptografia*. Rio de Janeiro: IMPA, 2013.

Criptografia simétrica. Disponível em: <https://www.gta.ufrj.br/grad/07_2/delio/Criptografiasimtrica.html>. Acesso em 10 de junho de 2024.

Enigma machine. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Enigma_machine>. Acesso em 10 de junho de 2024.

INGENIOUS. *How Enigma was Cracked*. YouTube, 14 de maio de 2023. 19min28s. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=zCn3GCOwmeI>. Acesso em 15 de junho de 2024.

JARED OWEN. *Como funcionava a Máquina Enigma.* YouTube, 11 de dezembro de 2021. 19min25s. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ybkkiGtJmkM&t=2s>. Acesso em 15 de junho de 2024.

KAHN, David. *The Code-breakers:* The Comprehensive History of Secret Communication from Ancient Times to the Internet. Nova Iorque: Scribner, 1996.

NUMBERPHILE. *Flaw in the Enigma Code – Numberphile.* YouTube, 14 de janeiro de 2023. 10min58s. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=V4V2bpZlqx8&t=3s>. Acesso em 15 de junho de 2024.

PAIXÃO, Jéssica Shayanne da. *Criptografia:* história, atividades e divulgação científica. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo. São Carlos -SP. 2020.

APLICAÇÃO DA LIBRAS NA MATEMÁTICA PARA ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: PROPOSTA DE MATERIAL PARA ENSINO DOS NÚMEROS NATURAIS E DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS

Pablo Silva Pereira
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF
pablopereira19951@gmail.com

Profa Ms. Heloisa Helena Vallim de Melo
Mestre em Linguística e Docente do Uni-FACEF
heloisahelena@facef.br

Resumo: O presente artigo objetiva abordar a inclusão de alunos surdos no ensino regular, com foco especial na aplicação da Língua Brasileira de Sinais (Libras) no ensino do conjunto dos números naturais e das quatro operações básicas da Matemática. A pesquisa busca promover uma compreensão aprofundada da importância da Libras como língua oficial dos surdos e seu papel na inclusão educacional. O texto contextualiza a relevância do tema, destacando o sexto ano do Ensino Fundamental, no qual a presença de alunos com necessidades especiais é mais comum, devido às políticas de educação inclusiva. Ademais, ressalta a necessidade de capacitar os educadores para atender às singularidades dos alunos surdos. A metodologia envolve uma revisão bibliográfica sobre a educação inclusiva, com análise de legislação e das obras das autoras Bueno (2021) e Nogueira (2013) e o desenvolvimento de um material específico para o ensino matemático. Os resultados esperados incluem a promoção da inclusão, empatia e igualdade de oportunidades, bem como o desenvolvimento de habilidades comunicativas em Libras entre os alunos ouvintes. Esta pesquisa potencializa a contribuição para uma educação mais inclusiva, em que todos os alunos possam prosperar, independentemente de suas habilidades auditivas, fortalecendo os princípios da educação inclusiva no contexto educacional brasileiro

1 Introdução

Os estudos na área de educação inclusiva, em especial aqueles relacionados à surdez, no Brasil, apresentam um progresso

brando e por esse motivo é importante compreender como é realizada a contribuição dessa modalidade de ensino para os alunos com surdez e até que ponto a capacitação dos profissionais atende às necessidades específicas desses alunos e superam os desafios vivenciados.

O tema é pertinente para ser aplicado com os alunos ouvintes do 6º ano do Ensino Fundamental de escola pública da cidade de Franca/SP, visto que é o primeiro ano do ciclo dos anos finais desses alunos e, para a maioria, é o primeiro contato com escolas da rede estadual de ensino, que pode vir a acolher alunos com necessidades especiais, entre eles surdos, como parte da proposta de Educação Inclusiva incentivada pelas leis vigentes na área da educação. A proposta, entretanto, não dispensa a aplicação para com os alunos ouvintes do Ensino Médio, dado que a maioria das escolas públicas estaduais da cidade de Franca/SP não atendem alunos surdos e não possuem profissional intérprete de Libras atuando em sala de aula, conforme mostra o levantamento mais recente da Diretoria de Ensino – Região de Franca, do ano de 2021. No levantamento, das 59 (cinquenta e nove) unidades escolares da rede estadual, apenas 16 (dezesseis) atendem a Educação Especial, ou seja, aproximadamente 27% (vinte e sete porcento). Os dados da Diretoria de Ensino ainda mostram que, dos 35.998 (trinta e cinco mil e novecentos e noventa e oito) alunos matriculados no ano de 2021, apenas 472 (quatrocentos e setenta e dois) alunos matriculados faziam parte da Educação Especial, isto é, aproximadamente 1,31% (um inteiro e trinta e um centésimos percentuais).

Este artigo acadêmico tem como objetivo auxiliar os alunos ouvintes a entenderem a importância de reconhecer a Libras como língua oficial dos surdos e como essa língua é utilizada no campo da Matemática para que alunos surdos também aprendam a utilizar tal disciplina no dia a dia. A pesquisa também visa aplicar a Libras no ensino do conjunto dos números naturais e no ensino das

quatro operações básicas, de forma que o aprendizado envolva a compreensão da simbologia, em Libras, dos números e como eles são executados na modalidade visuoespacial, bem como busca promover a inclusão, a empatia, a solidariedade e o espírito de trabalho em equipe, através da interdisciplinaridade entre Libras e Matemática, de modo que os alunos ouvintes assimilem a importância de incluir, não só alunos surdos, mas todos os alunos deficientes e com necessidades especiais, na rotina da escola regular, para que se desenvolvam e socializem através da equidade.

Para compreender o ensino da Matemática para alunos surdos, primeiro será realizada uma revisão bibliográfica acerca da educação inclusiva no contexto brasileiro, de maneira a possibilitar o entendimento de parte da legislação que rege essa modalidade de ensino. Também será feita uma análise de duas bibliografias que tratam do ensino da Matemática para alunos surdos e como são pensadas as ações pedagógicas que atendam as particularidades dos surdos para que o ensino da Matemática seja inclusivo e de boa qualidade. Entendidos os tópicos anteriores, será abordada a metodologia de ensino da Matemática através da proposta de um material desenvolvido em Libras, pelo autor do trabalho, para aplicação no ensino do conjunto dos números naturais e das quatro operações básicas como foco no 6º (sexto) ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, serão comentados os resultados esperados dessa aplicação e, finalmente, serão descritas as considerações finais do autor sobre o trabalho desenvolvido. A aplicação, de fato, do material, não será tópico deste trabalho neste momento, ficando a proposta de aplicação para um projeto posterior que deverá incluir as habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, específicas para o Ensino Fundamental.

2 A Educação Inclusiva no Contexto Brasileiro

Primeiramente, a educação inclusiva no contexto brasileiro ainda requer bastante atenção no que diz respeito à efetividade, porque é uma prática que não avança tão rapidamente devido à ausência de capacitação dos profissionais e pela insegurança das famílias em exporem seus entes com necessidades especiais ao cuidado alheio, conforme explica Alexandre da Silva e Camila N. Boeri Di Domênico (2014, p. 24) no artigo sobre o ensino da Matemática para alunos que são deficientes “A inclusão é um assunto bastante polêmico, pois para que ela aconteça muitas coisas precisam ser mudadas; os professores precisam estar capacitados para atendê-los e a escola com uma infraestrutura adequada tanto física quanto pedagogicamente.”

Podemos compreender a educação inclusiva como uma concepção de ensino contemporânea que objetiva garantir o direito de todos à educação. Ela implica a igualdade de oportunidades e a valorização das diferenças humanas, contemplando, assim, as diversidades sociais, étnicas, intelectuais, culturais, físicas, sensoriais e de gênero dos seres humanos. Além disso, acarreta a transformação da cultura, das práticas e das políticas vigentes na escola e nos sistemas de ensino, de modo a garantir, sem exceção, o acesso, a participação e a aprendizagem de todos.

Historicamente, ocorreu na cidade de Salamanca, em 1994, na Espanha, a Conferência Mundial sobre Necessidades Educativas Especiais, que foi organizada pelo governo espanhol em parceria com a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura – UNESCO. O encontro resultou na elaboração de um importantíssimo documento que orienta a inclusão em escala global, conhecido como “Declaração de Salamanca”. Este documento objetiva alcançar a equidade nas instituições de ensino criando, portanto, um ambiente com maior eficácia educativa, como afirma o Documento elaborado pelo Grupo de Trabalho nomeado

pela Portaria nº 555/2007, prorrogada pela Portaria nº 948/2007, intitulado Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva:

> [...] com a Declaração de Salamanca se estabelece como princípio que as escolas do ensino regular devem educar todos os alunos, enfrentando a situação de exclusão escolar das crianças com deficiência, das que vivem nas ruas ou que trabalham, das superdotadas, em desvantagem social e das que apresentam diferenças linguísticas, étnicas ou culturais. (BRASIL, 2008, p. 14).

Ainda sobre a efetividade da educação inclusiva no Brasil, foi criada em 1994, a Política Nacional de Educação Especial, que orienta todo o processo de integração instrucional condicionando o acesso às classes comuns de ensino regular aos alunos que possuíssem capacidade de acompanhar a sala no ritmo considerado normal à época, o que não resultava na educação para todos, mas apenas para um grupo específico, deixando de valorizar o aprendizado com as diferenças.

Por essa razão, em janeiro de 2008, foi entregue ao Ministro da Educação o documento "Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva", que:

> [...] tem como objetivo assegurar a inclusão escolar de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação, orientando os sistemas de ensino para garantir: acesso ao ensino regular, com participação, aprendizagem e continuidade nos níveis mais elevados do ensino; transversalidade da modalidade de educação especial desde a educação infantil até a educação superior; oferta do atendimento educacional especializado; formação de professores para o atendimento educacional especializado e demais profissionais da educação para a inclusão; participação da família e da comunidade; acessibilidade arquitetônica, nos transportes, nos mobiliários, nas comunicações e informação; e articulação intersetorial na implementação das políticas públicas. (BRASIL, 2008, 14).

No contexto educacional, a educação é acatada como inclusiva, quando é empregada sem a segregação de grupos dentro do ambiente de ensino, e o educador promove a equidade ao ministrar atividades dentro da proposta curricular tanto para alunos com deficiência quanto para alunos sem deficiência, usando estratégias diversas para isso.

2.1 A Inclusão de Alunos Surdos no Ensino Regular

A inclusão de alunos surdos no ensino regular, na proposta da educação inclusiva, é um dos princípios fundamentais para garantir o acesso ao ensino de qualidade nas vertentes da educação brasileira. Esse processo envolve o acolhimento de estudantes surdos em salas de aula convencionais, para que eles tenham a oportunidade de aprender em um ambiente diversificado, interagir com colegas ouvintes e compartilhar experiências educacionais enriquecedoras. A inclusão, nesse caso, não apenas proporciona uma maior sensibilização e respeito à diversidade, mas também oferece benefícios significativos aos alunos surdos, como o desenvolvimento de aptidões de comunicação, a construção de amizades e, pensando já na vida adulta, a participação ativa na sociedade desde a infância e a adolescência. No entanto, a eficácia da inclusão de alunos surdos depende de estratégias pedagógicas apropriadas, suporte individualizado e a garantia de que a Libras esteja disponível como meio de comunicação e aprendizado. Logo, promover a inclusão de alunos surdos no ensino regular demanda um compromisso contínuo com a equidade e a acessibilidade, a fim de proporcionar a todos os discentes a oportunidade de alcançar seu pleno potencial acadêmico e social.

Sena e Silva (2015, p. 129) corroboram as afirmações anteriores ao dizerem que, na escola inclusiva, “[...] todos os alunos e alunas devem aprender juntos, independente de suas dificuldades ou talentos, deficiências, origem socioeconômica ou cultural.” As

pesquisadoras ainda afirmam que:

> A inclusão reforça a ideia de que as diferenças sejam aceitas e respeitadas, no entanto, para que isso aconteça de fato são necessárias mudanças sociais e principalmente um esforço mútuo de todos os profissionais da educação na busca pelo aprimoramento da prática educativa. Incluir e garantir uma educação de qualidade para todos no sistema educacional. (SENA; SILVA, 2015, p. 129).

Na mesma linha de pensamento, referente ao processo de inclusão dos alunos surdos no ensino regular, Giareta e Spenassato (2009, p. 3) evidenciam que:

> Há muito que se fazer para que realmente essa inclusão aconteça, pois é um processo lento e precisa ser vista como um processo social que envolve todos que se preocupam em educar. A sociedade precisa se preparar para lidar com a diversidade humana, estar aberta a diferentes experiências, reconhecendo o potencial de cada cidadão e respeitando suas possibilidades e limites, pois muitas vezes nossa própria ação acaba excluindo as pessoas que consideramos diferentes de nós.

Algumas medidas tomadas pela maioria das gestões do ensino regular nas escolas públicas, para facilitar essa inclusão, incluem a disposição de intérpretes de Libras, permitindo que o aluno surdo compreenda o conteúdo apresentado em aula e interaja com seus professores e colegas ouvintes de forma eficaz e a adaptação do material didático para atender às necessidades dos alunos surdos, com o uso de recursos visuais e a disponibilização de materiais em Libras sempre que necessário. A sensibilização e o treinamento de professores e colegas de classe desempenham um papel crucial na garantia de um ambiente de aprendizado inclusivo, que promove a igualdade de oportunidades e o respeito à diversidade. Essas práticas visam criar um ambiente educacional onde cada aluno, independentemente de sua audição, possa se

desenvolver plenamente e atingir seu potencial acadêmico.

Mesmo que o aluno surdo conte com a presença de um intérprete de Libras para que sua comunicação seja mediada, o professor regente deve estimular o pensamento desse aluno, logo "[...] não lhe deve dar respostas prontas, ele precisa ser tratado como outro aluno qualquer, sem distinção." (GIARETA; SPENASSATO, 2009, p. 3). Entretanto, é muito comum ocorrer a transmissão de um ensino tradicionalista, desarticulado da realidade dos alunos, que limita a construção do pensamento e, lamentavelmente, boa parte do que é transmitido para os surdos, já vem pronto, com resultados definidos e organizados, haja vista que a capacidade de desenvolvimento cognitivo não é levada em conta em se tratando da comunidade surda.

Se o sucesso da aprendizagem está em explorar talentos, atualizar as possibilidades e desenvolver predisposições naturais de cada educando (SENA; SILVA, 2015), é possível afirmar, então, que as limitações e as dificuldades são reconhecidas, mas não têm forças para restringir o processo de ensino, assim, considerar a remota possibilidade de ensino individualizado "[...] é uma solução que não corresponde aos princípios inclusivos, visto que, não se pode diferenciar um aluno pela sua deficiência." (SENA; SILVA, 2015, p.11). Não modificar as metodologias e as práticas pedagógicas, de forma a incluir os alunos surdos, deixa claro que ainda existe segregação, o que os discrimina dentro e fora da sala de aula.

Para mitigar a segregação de alunos surdos no ensino regular e garantir uma inclusão eficaz, é indispensável adotar uma abordagem holística que vá além da simples presença física nas salas de aula convencionais. Uma intervenção eficaz deve incluir a criação de um ambiente de aprendizado verdadeiramente inclusivo, no qual a diversidade seja valorizada e as necessidades individuais dos alunos surdos sejam atendidas. Isso pode ser alcançado por meio da promoção acentuada de capacitação para professores,

que visam sensibilizá-los para as singularidades dos alunos surdos e capacitá-los a utilizar métodos de ensino inclusivos, como a inserção da Libras e recursos visuais em suas práticas. Além disso, é fundamental oportunizar a interação social entre alunos surdos e ouvintes, através de atividades extracurriculares que incentivem a comunicação e a compreensão mútua. A disponibilização de apoio especializado, como tutores ou intérpretes, também pode ser parte integrante dessa intervenção, oferecendo aos alunos surdos o suporte necessário para um melhor desempenho acadêmico.

Em síntese, a inclusão efetiva de alunos surdos requer uma tomada de ação que priorize a formação dos educadores, a interação social e o suporte individualizado, para de fato promover uma aprendizagem verdadeira e significativa.

3 O Ensino da Matemática para Alunos Surdos

Para compreender como é o ensino da Matemática para alunos surdos, na proposta desse artigo, escolheu-se proceder com a análise de duas obras do ramo, que tratam, entre os muitos aspectos da surdez, da valorização do conhecimento prévio do aluno surdo e da valorização da Libras como língua materna dos surdos. A primeira obra, com título “Ensino de Matemática para alunos surdos”, da autora Rosenilda Rocha Bueno (2021), procura investigar como é a prática pedagógica de professores que ensinam a Matemática para surdos. A segunda obra, intitulada “Surdez, inclusão e matemática”, com organização de Clélia Maria Ignatius Nogueira (2013), segue a mesma linha de pensamento da primeira, e mostra que interpretar e/ou traduzir em Libras, os conteúdos e os métodos para o ensino da Matemática, não é suficiente, pois é preciso que haja uma ação pedagógica capaz de atender as particularidades dos alunos surdos, para que esse ensino matemático seja inclusivo e de boa qualidade.

Ainda, para auxiliar essa compreensão, foi desenvolvido

um material pedagógico com a inclusão da Libras, para auxiliar o ensino e o aprendizado de alunos surdos, acerca do conjunto dos Números Naturais e das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

3.1 Análise da obra “Ensino de Matemática para alunos surdos” de Rosenilda Rocha Bueno

A obra de Bueno (2021) objetiva mostrar o motivo da importância do desenvolvimento da prática pedagógica de professores que ensinam a Matemática para alunos surdos, uma vez que, desenvolvida essa prática de forma plena, os professores podem incluir os educandos surdos, de fato, na sala de aula. Não menos importante que a inclusão dos surdos no ambiente escolar, esses professores também saberão como auxiliar os alunos ouvintes a trocar experiências com a comunidade escolar surda.

É importante compreender, primeiro, o que é a prática pedagógica, para depois entender como aplicá-la com os alunos surdos no ensino regular, para que o componente curricular da Matemática (bem como os demais) não seja excludente e celetista, favorecendo apenas ouvintes que lidam melhor com a área das ciências exatas. Para tanto, Bueno define que o conceito de prática pedagógica:

> [...] é compreendida como prática uma intencional de ensino e aprendizagem não reduzida à questão didática ou às metodologias de estudar e de aprender, mas articulada à educação como prática social e ao conhecimento como produção histórica e social, datada e situada em uma relação dialética entre prática-teoria, conteúdo-forma e perspectivas interdisciplinares. (BUENO, 2021, p. 22).

Esse entendimento sobre o que viria a ser a prática pedagógica é de suma importância para os profissionais da educação, em especial os professores, porque a educação deve

ser entendida como um fenômeno social que não se dá de forma isolada das relações sociais, conforme afirma Bueno (2021, p. 24) quando diz que não é possível "[...] pensar a educação dissociada dos processos sociais, políticos e culturais, os quais impulsionam os debates determinantes sobre a função social da escola na contemporaneidade." Além disso, ao considerar essas premissas, podemos entender que a prática pedagógica "não pode ser definida apenas como um exercício meramente técnico, marcado pelo atendimento às prescrições curriculares" (BUENO, 2021, p. 29), haja vista que o ato de ensinar, por si só, é a construção de uma relação baseada na interação entre as pessoas.

Se o ensino, então, é baseado na interação entre as pessoas, isso culmina dizer que não podemos, enquanto professores providos de um sentimento acolhedor, o que também vale para toda a comunidade escolar, pensar a educação sem a interação entre surdos e ouvintes. Fato é que ainda existe elevado grau de segregação e preconceito quando é proposta a ideia de uma educação acolhedora que envolva os surdos no ensino regular, muitas vezes porque não há profissionais capacitados para atender os surdos, ou porque a instituição se comporta como negacionista frente às mudanças necessárias para atendê-los, mas é preciso abrir espaço para as práticas pedagógicas relacionadas ao contexto da comunidade surda, pois a educação é um direito de todos.

Bueno também discorre sobre a inclusão de alunos surdos na escola de ensino regular com base na Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva, de 2008 e afirma que "[...] para que haja inclusão, parte-se do pressuposto de que todos os alunos precisam ter acesso aos conhecimentos de igual modo." (BUENO, 2021, p.40). Em se tratando especificamente dos surdos, pautada na educação inclusiva que respeita a pluralidade cultural e acolhe e atende as diferenças individuais, Bueno (2021, p. 41) afirma que a sociedade e as escolas devem "[...] reconhecer a diferença linguística relativa aos surdos, que, pela falta de audição,

necessitam do acesso a experiências linguísticas mediadas por uma língua que não ofereça barreiras à sua interação e aprendizagem [...]", no caso a Língua de Sinais, no Brasil conhecida como Língua Brasileira de Sinais – Libras, reconhecida pela Lei Nº 10.436, de 24 de abril de 2002.

Acerca do ensino da Matemática para alunos surdos, Bueno descreve que "[...] o ensino direcionado pelos docentes não considera as limitações físicas ou intelectuais de seus alunos, ou seja, desenvolvem um ensino técnico, totalmente desarticulado da realidade dos alunos [...]" (BUENO, 2021, p. 50), em outras palavras, cabe dizer que a aprendizagem não é contextualizada, não é significativa e o conhecimento não é construído, nem para com os ouvintes nem para com os surdos. Ainda existe o pensamento de que os alunos surdos (e esse pensamento cavo cabe às demais deficiências) devem adequar-se à realidade da escola, que já está estabelecida por muito tempo, e não o contrário, mas graças às constantes lutas e persistência desses grupos segregados, essa visão, pouco a pouco, vem perdendo forças e espaços de convivência e conhecimento mútuo, aos poucos, vem se estabelecendo nas instituições escolares.

O ensino da Matemática para o aluno surdo, então, deve apoiar-se na ideia de que "[...] deve ir além de simples técnicas para a aplicação em exercícios padronizados e mesmo de articulações interdisciplinares/transdisciplinares (SILVA, 2009 apud BUENO, 2021, p. 52). A autora ainda esclarece que:

> [...] espera-se que o professor de Matemática tenha clareza sobre a importância desse conteúdo de aprendizagem na formação cidadã do aluno. A prática do ensino precisa ultrapassar a visão reducionista da própria atividade Matemática, o ponto de vista que a considera como sendo platônica, tradicional, instrumentalista e técnica." (BUENO, 2021, p. 53).

É necessário que os professores e a escola criem condições específicas para que o surdo, na condição de educando, compreenda os conhecimentos matemáticos, para tanto, valorizar o conhecimento prévio do aluno surdo e incentivá-lo a manifestar por sinal ou por escrito aquilo que já sabe sobre o que está sendo ensinado ajuda a estabelecer um diálogo no processo de construção do conhecimento (OLIVEIRA, 2005 apud BUENO, 2021, p. 54). Outro ponto a considerar é a adequação dos sinais matemáticos em Libras, quando determinado conceito não possui um sinal específico, para que a linguagem da Matemática, que é específica e possui simbologias próprias, seja apropriada pelos surdos. Bueno (2021, p. 55) corrobora essa informação quando diz que na Matemática:

> [...] ainda há muitos termos que não possuem um sinal em Libras, situações que exigem, muitas vezes, que os intérpretes negociem um novo sinal com os surdos ou usem a datilologia para traduzir um determinado conceito que está sendo ensinado pelo professor.

A linguagem da Matemática ainda é muito abordada com o uso frequente de lousa, livros, apostilas, avaliações entre outros, mas precisa incluir o material concreto, a experiência visual e o lúdico para oportunizar o aprendizado do aluno surdo, dessa forma motivando-o a sentir a experiência do conhecimento matemático e a compreender a utilização da Matemática no dia a dia. O ensino deve ser contextualizado, tanto para os ouvintes quanto para os surdos, para que exista o estímulo de aprendizado significativo, isso significa dizer que esse ensino não pode ser restrito a simples tradução dos conceitos matemáticos para a língua de sinais, sem planejamento que permita ao aluno surdo fazer associação do seu conhecimento prévio com os conteúdos ensinados na escola.

3.2 Análise da obra “Surdez, inclusão e Matemática da organizadora Clélia Maria Ignatius Nogueira

No tocante à surdez e inclusão na área da Matemática, Nogueira traz nos capítulos da sua obra discussões sobre o ensino desse componente curricular atrelado à Libras, envolvendo a escrita numérica da Matemática e o processo de aquisição dessa escrita pelos surdos, além de abordar a álgebra para surdos no Ensino Médio, a relação entre professores regentes e intérpretes e dados sobre duas intervenções realizadas com alunos surdos do Ensino Fundamental com os conteúdos de medidas de comprimento e sistema monetário brasileiro.

Para o presente projeto de pesquisa, foram considerados dois capítulos da obra de Nogueira para serem analisados: o primeiro intitulado “Possíveis relações entre linguagem e escrita numérica de surdos” e o segundo intitulado “A escrita numérica de crianças surdas fluentes em Libras”.

O primeiro título evidencia que a educação dos surdos, no Brasil, se dá pelo bilinguismo e que, por lei, os surdos têm o direito de serem educados na sua primeira língua, a Libras, pois a aprendem com naturalidade e rapidez. A Língua Portuguesa, então, “[...] deve ser ensinada e aprendida de maneira organizada, sistemática e intencional, pois se constitui na língua oficial da comunidade majoritária, a ouvinte, e perpassa todos os conteúdos escolares, inclusive os matemáticos.” (NOGUEIRA, 2013, p. 71). Nesse sentido, para o ensino e aprendizagem dos conteúdos de cunho matemáticos, a Libras e a Língua Portuguesa tanto oral quanto escrita se coexistirão.

O foco principal, isto é, o objetivo do trabalho de Nogueira nesse capítulo, foi “[...] observar similaridades nos processos de desenvolvimento da língua oral, de sinais e nos de construção da língua escrita e da escrita numérica segundo a epistemologia genética de Jean Piaget.” (NOGUEIRA, 2013, p. 73). De antemão,

Nogueira (2013, p. 74) apud Gesser (2019) explica que alguns estudos demonstraram "[...] que além do reconhecimento linguístico, as línguas de sinais também desempenham para o desenvolvimento cognitivo do surdo, o mesmo papel desempenhado pela língua oral no dos ouvintes."

Para a área da Matemática, tanto a Língua Portuguesa quanto à Libras ou qualquer outra língua de sinais evidenciam que o processo de construção da escrita numérica é similar. Apesar das particularidades de cada língua Nogueira mostra que:

> [...] quando falamos em notação numérica, conforme afirmam Brizuela (2006), Sinclair (1990) e Silva (2010), essas linguagens e o sistema de escrita matemática coexistem e têm como alvo a comunicação e a expressão do pensamento. As notações numéricas ganham sentido quando subsidiadas pela relação com as linguagens oral, escrita e viso motora, estando alicerçadas no mesmo fundamento, qual seja, a representação (NOGUEIRA, 2013, p. 75).

É notório que as crianças, ouvintes e surdas, estão em contato com a escrita e com os números antes de entrarem para o ensino formal, o escolar, pois nascem e crescem rodeadas de situações do cotidiano que apresentam essas informações, por exemplo, ao manusear um celular, ao apertar as teclas de um computador, ao visitarem um supermercado e se depararem com os preços dos produtos, ao apertarem o controle da televisão para mudar o canal, entre muitas outras situações. Desde então, começam a lidar com a grafia das letras e os símbolos designados para os números. É claro que, para a criança surda não inserida no ensino regular, ou não apresentada ao ensino formal de outra maneira, a abstração da grafia, da escrita e da escrita numérica torna-se defasada em relação à criança ouvinte inserida no contexto escolar desde muito cedo. Isso é corroborado por Nogueira (2013, p. 76) quando diz que:

> "[...] ao se tratar da linguagem, quer seja ela oral, escrita, de sinais ou a escrita numérica, se trata de representações e, por conseguinte, de símbolos e signos, daí a necessidade de compreender esses conceitos, por sua relevância no desenvolvimento da linguagem."

Ainda nesse assunto, para confirmar as informações anteriormente descritas, Nogueira (2013, p. 79) afirma que as crianças surdas e ouvintes têm contato com informações numéricas provenientes do meio social, mas que este conhecimento social não consegue garantir que os números como signos sejam reconhecidos, pois precisa desenvolver a conservação da quantidade, a correspondência termo a termo, a cardinalidade e a ordinalidade, o que só é possível no ambiente escolar e, no caso da criança surda, no ambiente escolar que lhe ofereça a língua de sinais.

É necessário que o surdo compreenda que os números têm um significado, um sentido e uma utilidade, isso também vale para o ouvinte. Ambos precisam compreender o significado matemático da representação, ou seja, a relação numeral/número. Um número é uma ideia de quantidade, um conceito abstrato que utilizamos para contar e medir coisas, já um numeral é um símbolo utilizado para representar um certo número. Envolvendo a questão das expressões numéricas, a criança surda e a criança ouvinte precisam estabelecer relações entre as expressões numéricas verbais e as expressões numéricas escritas.

> "No que se refere aos surdos, entendemos que eles têm que realizar a ligação entre os sinais dos números e sua grafia correspondente. Compreendemos que o percurso do surdo é o mesmo feito pelo ouvinte, ou seja, transpor um tipo de representação a outro. No entanto, há uma diferença importante nas formas de representação dos surdos e dos ouvintes." (SINCLAIR, 1990 apud NOGUEIRA, 2013, p. 81).

No segundo título, sobre a escrita numérica de crianças surdas fluentes em Libras, Nogueira (2013, p. 134) explica que primeiro devemos entender que o surdo "[...] é um sujeito com suas particularidades e especificidades; aquele que tem os olhos como um dos seus primeiros instrumentos de contato com o meio, como seu primeiro "órgão da fala".", em outras palavras, é aquele que possui a voz nas mãos. Nesse sentido, entrar em contato com a Libras desde cedo é imprescindível para uma criança surda, pois, quando inserida no ensino regular e for exposta, no caso, ao ensino da Matemática, já terá seu repertório de linguagem em formação e isso facilitará o entendimento e o desenvolvimento da escrita numérica. Nogueira (2013, p.135) atesta as informações anteriores quando diz que:

> Para a aprendizagem da simbologia matemática é preciso um intercâmbio com as demais formas de comunicação, quais sejam a língua falada ou a língua escrita, ícones e desenhos que possibilitem a interface na interatividade prevista entre o aluno e o objeto do conhecimento.

As pesquisas de Nogueira apontam que as crianças são inseridas no mundo dos símbolos e dos signos pela intervenção dos órgãos dos sentidos. Primeiro a visão, seguida pela audição, auxiliam na potencialidade do desenvolvimento da fala, mas no caso dos surdos, é preciso expô-los o mais cedo possível à língua de sinais, para que ocorra a compreensão, a produção e a combinação de signos (NOGUEIRA, 2013, p. 124). É nesse caso que a Libras "[...] se consubstancia em uma aquisição, uma vez que, em substituição à fala, ocupará o lugar do acontecimento simbólico que deve ocorrer [...] pelos gestos viso motores." (NOGUEIRA, 2013, p. 124).

No início do aprendizado dos algarismos na Matemática, as pesquisas da organizadora mostraram que a criança surda realiza a contagem (de objetos), mas não representa o total por

um único número, por exemplo, quando realiza "[...] a contagem de 1 a 5 e escreve cinco números para representar cinco objetos." (NOGUEIRA, 2013, p. 125). Isso mostra que, assim como as crianças ouvintes, as crianças surdas também usam a correspondência termo a termo, mas ainda não compreendem que só o último número seria suficiente para representar a totalidade. Para a criança ouvinte, esse conhecimento será construído por intermédio da fala do professor para com ela, pois ela ouve, assimila e processa esse conhecimento, mas para a criança surda, isso se dará através dos sinais da Libras (no Brasil).

> Constatamos que a interação social com os números contribui para a construção desse sistema de representação (LERNER, SADOVSKY, 1996). Mesmo que ainda não consigam justificar suas produções gráficas de acordo com as regras constitutivas do sistema de numeração decimal, as crianças elaboram e interpretam, a seu modo, as escritas convencionais. (NOGUEIRA, 2013, p. 126).

No ambiente escolar, quando o aluno surdo fluente em Libras, entra em contato com o aprendizado da Matemática, da mesma forma que o educador trabalha para o pleno desenvolvimento da linguagem alfabética, deve trabalhar o desenvolvimento da linguagem Matemática, pois, de acordo com Nogueira (2013, p. 136), muito se trabalha para o desenvolvimento da linguagem alfabética escrita, mas pouco se olha para a linguagem Matemática, o que deixa "[...] inúmeras lacunas no conhecimento acerca da apreensão da escrita numérica."

É, então, papel da Libras, no desenvolvimento global do surdo, similar ao da língua oral para o ouvinte, trabalhar a escrita numérica na interação com o meio, para não existir defasagem em seu desenvolvimento. Nogueira (2013, p. 137) finaliza dizendo que, se para os surdos o contato com o meio não acontece de forma tão natural, quanto para os ouvintes, "[...] o planejamento das práticas

pedagógicas deve contemplar atividades que reproduzam situações das quais são privados, a fim de proporcionar maior participação na construção coletiva do conhecimento [...]" e isso implica reavaliar a educação inclusiva no contexto brasileiro, visto que ainda segrega muito os surdos no ambiente escolar.

3.3 Proposta de Material em Libras para Aplicação no Ensino do Conjunto dos Números Naturais e das Quatro Operações Básicas

Os números estão presentes na vida dos seres humanos a todo momento, seja de forma direta ou indireta, para contar, para medir, para codificar, para ordenar e para sistematizar. Para tanto, empregamos o sistema de numeração indo-arábico, "[...] (indo, em reconhecimento ao povo que criou o sistema, e arábico, em homenagem ao povo árabe, que o aperfeiçoou e o divulgou pela Europa)." (BIANCHINI, 2015, p. 16).

A representação atual desses símbolos – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 – formam um sistema posicional, isto é, "[...] um mesmo algarismo tem valores diferentes para cada posição que ocupa no número." (BIANCHINI, 2015, p. 17). Por exemplo, considerando o número 1.234 (leia-se mil e duzentos e trinta e quatro), temos que: a) o valor posicional do algarismo 4 (quatro) é quatro; b) o valor posicional do algarismo 3 (três) é trinta; c) o valor posicional do algarismo 2 (dois) é duzentos; d) o valor posicional do algarismo 1 (um) é uma unidade de milhar (um mil).

Saltando para as tratativas acerca do conjunto dos números naturais e das quatro operações básicas, no início do aprendizado da unidade temática Números para o Ensino Fundamental Anos Finais, proposta pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018, p. 300), três habilidades primordiais se destacam, a saber:

> (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
> (EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
> (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (BRASIL, 2018, p. 301).

Para trabalhar as habilidades anteriormente descritas, é indispensável compreender como é a simbologia, a indicação e o significado das operações aritméticas (“+” para a adição, “-” para a subtração, “x” ou “.” para a multiplicação e “/”, ou “:” para a divisão; como é a indicação do conjunto dos números naturais, que é infinito (N={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,...,100,…,1.000,…}); e como todas essas informações influenciam a nossa vida prática.

Compreender o sistema de numeração indo-arábico, o conjunto dos números naturais e as quatro operações básicas, na perspectiva de um aluno ouvinte é, sem dúvidas, um processo menos trabalhoso, se compararmos a compreensão na perspectiva de um aluno surdo, visto que a comunicação para o aluno ouvinte é mediada pelo contato direto a uma pessoa, também ouvinte, que já conhece e utiliza o sistema, sem necessidade de mediação de uma outra linguagem, em outras palavras, se ambos são ouvintes, ambos se comunicam – pela língua portuguesa no Brasil, por exemplo – e o processo de ensino-aprendizagem é eficiente.

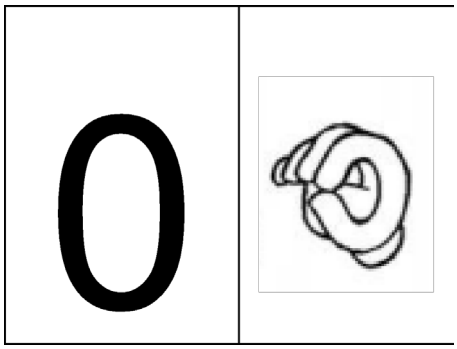
Mas, se queremos que a educação seja inclusiva, e na hipótese da presença de um educando surdo na sala de aula, que pelas vias da Libras estabelece sua comunicação com o mundo,

como o sistema de numeração indo-arábico será internalizado por ele? E como ele conseguirá compreender o que é o conjunto dos números naturais? E para operar com os algoritmos da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão?

Nesse sentido, a proposta dessa pesquisa busca disponibilizar um material pedagógico que possa ser utilizado por ouvintes e por surdos, principalmente a partir do 6º (sexto) ano do Ensino Fundamental, que é o período escolar em que são introduzidos as quatro operações básicas e os estudos do conjunto dos números naturais, para, de fato, tornar inclusivo o ensino e a aprendizagem da Matemática no ensino regular.

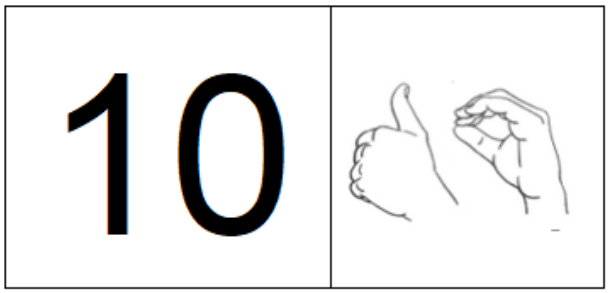
A proposta de material é a elaboração de placas, num primeiro momento no formato digital no tamanho A4 (210 x 297 mm), com possibilidade de impressão e colagem em materiais mais resistentes (papelão, E.V.A, material acrílico, entre outros), uma a uma, com cada algarismo do sistema indo-arábico acompanhadas do respectivo sinal em Libras, com todos os símbolos das operações básicas da matemática acompanhadas do respectivo sinal em Libras, e com os números mais comuns para dezenas, centenas e unidade de milhar, também acompanhados dos respectivos sinais em Libras. As figuras abaixo ilustram o material criado no Microsoft Excel, com os algarismos 0 (zero) e 10 (dez).

Figura 1 – Carta com a representação do zero.



Fonte: autoria própria

Figura 2 – Carta com a representação do dez.

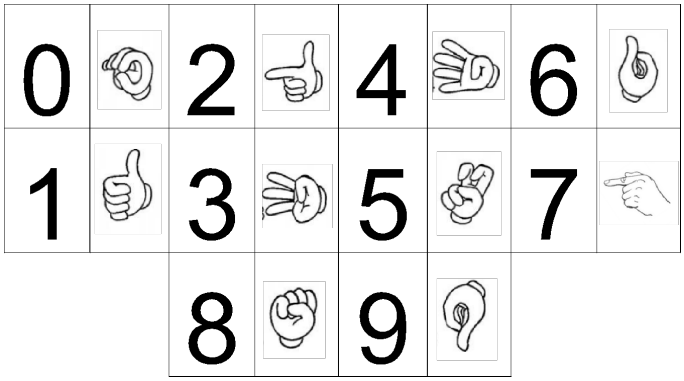


Fonte: autoria própria

A figura 1, na página anterior, representa a carta com o zero como número cardinal e seu respectivo sinal em Libras. A figura 2 representa o dez (uma dezena) como número cardinal e seu respectivo sinal em Libras. Outras cartas para representar números com mais de um algarismo, com exceção do dez, não foram desenvolvidas, pois basta juntar dois ou mais algarismos para formar o número desejado.

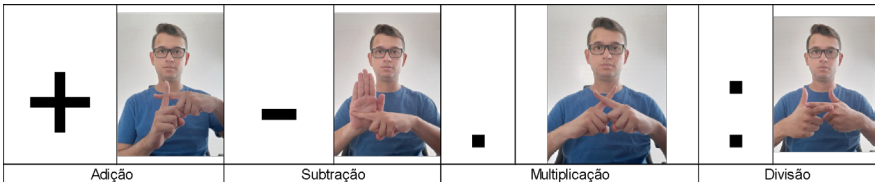
As cartas com os números cardinais compreendidos entre zero e nove podem ser encontrados na figura 3. Os símbolos e os sinais para as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), são mostrados na figura 4.

Figura 3 – Cartas com os números cardinais de zero a nove.



Fonte: autoria própria

Figura 4 – Cartas com os símbolos e os sinais em Libras das quatro operações.

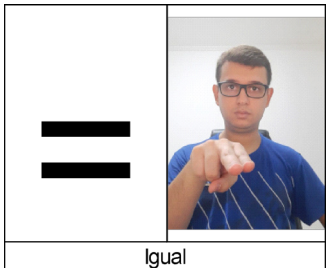


Fonte: autoria própria

Ao passo que cada operação é montada e efetuada pelos alunos surdos e ouvintes, o resultado deverá, obrigatoriamente, ser um número natural, visto que o docente deverá conduzir os cálculos para não obter números que fujam do conjunto dos números naturais, por exemplo $(0\text{-}2\text{=-}2)$ (leia-se menos dois), que é um número pertencente ao conjunto dos números inteiros, ou $(\frac{4}{5} = 0{,}80)$ (leia-se oito décimos ou oitenta centésimos), que é um número decimal, pertencente ao conjunto dos números racionais.

Para representar o sinal de igualdade, comumente chamado de sinal de igual, será utilizada a carta da figura 5, que contém, inclusive, o sinal em Libras.

Figura 5 – carta com a representação de igualdade.



Fonte: autoria própria

O material digital elaborado, se impresso em maior quantidade, pode ser utilizado amplamente em uma sala de aula

separada em pequenos grupos de alunos surdos e ouvintes e pode ser empregado como apoio aos materiais já disponibilizados pelas escolas. Como material pedagógico, vale ressaltar que não substitui os materiais oficiais de ensino empregados em uma instituição escolar, mas pode ser aderido e melhorado a critério dos educadores que assim o quiserem.

4 Considerações Finais

Este artigo acadêmico buscou abarcar a questão da inclusão de alunos surdos no ensino regular, destacando a importância de compreender a Língua Brasileira de Sinais (Libras) como língua oficial dos surdos e seu papel no ensino de Matemática. A pesquisa visou fornecer vislumbres sobre como a educação inclusiva pode ser efetivamente implementada, de forma a promover não apenas a compreensão da Matemática, mas também a inclusão, empatia e equidade entre alunos surdos e ouvintes. Com base na análise da legislação educacional, revisão bibliográfica e desenvolvimento de uma metodologia específica, este trabalho busca contribuir para a melhoria do ensino de Matemática para alunos surdos, assim como para a conscientização da importância da inclusão e da Libras no contexto educacional.

Os resultados esperados desta pesquisa incluem a criação de material educacional em Libras para o ensino de Matemática, que possa ser aplicado de forma eficaz no 6º ano do Ensino Fundamental, bem como a promoção da inclusão de alunos surdos e o desenvolvimento de habilidades de comunicação em Libras entre os alunos ouvintes. Além disso, espera-se que esta pesquisa sensibilize a comunidade escolar para a importância da educação inclusiva e da igualdade de oportunidades. O impacto potencial desses resultados é expressivo, pois contribuirá para uma educação mais inclusiva e equitativa, na qual todos os alunos, independentemente de suas habilidades auditivas, tenham acesso

a uma educação de qualidade e possam se desenvolver de modo pleno no ambiente escolar.

Em última análise, este artigo acadêmico lança luz sobre a necessidade contínua de promover a inclusão de alunos surdos no sistema educacional brasileiro, enfatizando a importância da Libras como uma ferramenta fundamental nesse processo. Além disso, ressalta a necessidade de aprimorar a capacitação de profissionais da educação para atender às necessidades específicas dos alunos surdos. Como próximo passo, a aplicação prática do material desenvolvido e a avaliação de seu impacto no aprendizado e inclusão são vitais para futuras pesquisas e aprimoramentos no campo da educação inclusiva. Com a constante evolução das políticas e práticas educacionais no Brasil, espera-se que este trabalho contribua para um ambiente de ensino mais inclusivo e equitativo, onde todos os alunos possam prosperar.

Referências

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini*. 8ª ed. São Paulo: Moderna, 2015. Disponível em: https://leonardoportaldesign.files.wordpress.com/2020/03/bianchini6.pdf. Acesso em: 05 nov. 2023.

BRASIL. BNCC – Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 05 nov. 2023.

_____. Lei nº 10.346, de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras e dá outras providências. Brasília, 2002. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2002/l10436.htm. Acesso em: 12 out. 2023.

_____. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 12 out. 2023.

_____. Ministério da Educação. Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva. Brasília: MEC, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf. Acesso em: 12 out. 2023.

BUENO, Rosenilda Rocha. *Ensino de matemática para alunos surdos*. 1ª ed. Curitiba: Appris, 2021.

DOMÊNICO, Camila Nicola Boeri Di; SILVA, Alexandre da. Ensino da Matemática para Alunos com Necessidades Especiais. Ágora, Cerro Grande, n. 18, p. 23-32, 2014. Disponível em: http://agora.ceedo.com.br/ojs/index.php/AGORA_Revista_Eletronica/article/view/99. Acesso em 14 out. 2023.

GIARETA, Mariane Kneipp; SPENASSATO, Débora. *Inclusão de alunos surdos no ensino regular*: investigação das propostas didático-metodológicas desenvolvidas por professores de matemática no Ensino Médio da EENAV. X Encontro Gaúcho de Educação Matemática: Ijuí, 2009. Disponível em: https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_60.pdf. Acesso em: 04 nov. 2023.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius (Org.). *Surdez, inclusão e matemática*. 1ª ed. Curitiba: CRV, 2013.

OLIVEIRA, Sheila Fernandes Pimenta e. *Estrutura e formatação de trabalhos acadêmicos*: compilação e discussão das normas da ABNT e atalhos facilitadores para digitação. 5. Ed. Franca: Uni-FACEF, 2019.

SÃO PAULO. *Diretoria de Ensino – Região de Franca*: Lista de Escolas – Telefone e Bairro. Disponível em: https://defranca.educacao.sp.gov.br/lista-de-escolas/. Acesso em: 04 nov. 2023.

SENA, Terezinha de Jesus Martins de; SILVA, Maria Rita Paula da. A inclusão do aluno surdo no ensino regular. *Protestantismo em Revista*, São Leopoldo, v. 37, n. 1, p. 120-139, jun. 2015. Edição Especial Extra. Disponível em: http://periodicos.est.edu.br/index.php/nepp/article/view/2647/2435. Acesso em: 04 nov. 2023.